

Mathematical Science I, II

数理科学 I, II

I 非線形消散型波動方程式の解のライフスパン評価

Lifespan estimates for semilinear damped wave equations

加藤 正和

Kato, M.

非線形消散型波動方程式に関して、消散項が、解の爆発と大域存在を分ける臨界指数や爆発解のライフスパンにどのような影響を与えるかを研究している。スケール不変な消散型波動方程式と波動方程式の系である Nakao type の問題における臨界指数と最適なライフスパンの評価を導いた。特に、初期速度の積分量が零と非零の場合のライフスパンの影響を明らかにした。また、空間次元が2次元で、非線形項が特性方向の重みを伴う場合に線形解の高次展開を導き、臨界指数とライフスパンを導出した。特に、初期速度の高次モーメントと臨界指数、ライフスパンの関係を考察した。

II Levenberg-Marquardt の反復法により 構成される列の収束速度について

On a convergence rate of sequences
constructed by the Levenberg-Marquardt method

永安 聖

Nagayasu, S.

非線型作用素に対する逆問題が Hölder 安定性を持つときの, Levenberg-Marquardt (LM) の反復法による解の構成について解析した。Landweber の反復法に関する先行研究としては, Banach 空間上での非線型作用素に対する逆問題に対する結果として de Hoop-Qiu-Scherzer (2012) [dHQS] や Mittal-Giri (2023) [MG] の結果が挙げられる。[dHQS] は誤差無しの観測データに対して Landweber の反復法を適用したときに得られる近似列の解への収束速度について解析している。又, これを誤差付きの観測データに対する結果に拡張したのが [MG] である。当年度の解析により, Hilbert 空間上の非線型作用素に対する逆問題に対し LM の反復法を適用した場合, [dHQS] や [MG] に対応する結果が成立することが分かった。これは石田あかり氏, 中村玄氏との共同研究である (arXiv.org: 2501.08932)。尚, 今後は Banach 空間上への拡張を検討している。

III 安定過程の最大値の密度関数の漸近性について

Asymptotic behavior of the density of maximum of stable processes

平野克博

Hirano, K.

安定分布の密度関数については級数表示以外の具体的な形は、一般にはわかってはいない。しかし、その分布関数の末尾部の漸近挙動は古くから知られていた。近年、安定過程の最大値の密度関数の末尾部の漸近挙動を決定することが重要になっている。予想は容易に出来るが正確な証明は見当たらなかった。この問題について、安定分布の吸引域に属するランダムウォークの極限定理を用いることで、最大値の密度関数が元々の密度関数とベータ関数との畳み込みに似た積分表示をもつことがわかった。これを用いることで最大値の密度関数の末尾部の漸近挙動について部分的な結果を得た。

IV 接続のモジュライ空間を用いたモノドロミー保存変形の研究

Study of isomonodromic deformations by moduli spaces of connections

光明 新

Komyo, A.

射影直線上階数が2で極因子の次数が4の場合の接続のモジュライ空間のコンパクト化の研究を、奈良女子大学の稲場氏との共同研究によって進めた。接続が確定特異点のみを許す場合については、稲場-岩崎-齋藤による接続のモジュライ空間のコンパクト化の先行研究があり、本研究はこの研究の不確定特異点を許す場合への拡張を目標としている。接続のモジュライ空間のコンパクト化のためには、接続の退化を含めてモジュライのオブジェクトの定式化を行う必要があるが、この定式化について有力なアイデアを出すことができた。さらに見かけの特異点の理論を利用し、コンパクト化からヒルツェブルフ曲面への写像を構成することができた。

V 離散キルヒホッフ弾性棒

Discrete Kirchhoff elastic rods

川久保 哲

Kawakubo, S.

離散キルヒホッフ弾性棒の分類問題に関して、これまでに得られた結果をまとめて、2024年6月に研究集会「部分多様体と離散化の幾何学」で発表した。また、離散キルヒホッフ弾性棒とリンク機構の一種であるカライドサイクルとの関係についても研究を行った。Bricard6Rというよく知られたカライドサイクルが、ある種の離散キルヒホッフ弾性棒の極限とみなせる、ということを示していたが、この観察を発展させることにより、一般化離散キルヒホッフ弾性曲線という概念を定義した。これは、離散キルヒホッフ弾性棒とカライドサイクルを統一的に扱うことを可能とする概念である。今年度は、この概念を用いることにより、カライドサイクルの新しい例を具体的に構成した。

VI 指数 1 の 3 次元擬ユークリッド空間内の時間的極小曲面の分類

Classification of minimal timelike surfaces in the three-dimensional
pseudo-Euclidean space of index one

守屋 克洋
Moriya, K.

昨年度の指数 2 の 4 次元擬ユークリッド空間における局所的な時間的極小曲面を表現する方法をさらに進めて, null 曲線による構成方法にまとめなおし, それを用いて指数 1 の 3 次元擬ユークリッド空間における局所的な時間的極小曲面を表現する方法を得た. 4 次元擬ユークリッド空間の場合では, 積分を用いず 8 つの一変数関数とそれらの微分から代数的に構成されていたが, 3 次元擬ユークリッド空間の場合は 6 つの一変数関数とそれらの微分から積分を 2 箇所を用いて代数的に構成された. この表現方法を実行し, 特異点を持つ時間的極小輪環面を構成し, グラフィックを与えた. 論文は現在投稿中である.

VII 連続系および離散系のシュレディンガー作用素の スペクトル・散乱理論

Spectral and scattering theory of Schrödinger operators on continuum and
discrete spaces

只野 之英
Tadano, Y.

固体物理で現れる強束縛ハミルトニアン、連続系のシュレディンガー作用素の離散近似の 2 側面がある離散シュレディンガー作用素のスペクトル・散乱理論を主に研究している。今年度は以下の 3 つの結果を得た。(1) ユークリッド空間上のポテンシャル付きシュレディンガー方程式について、ポテンシャルの増大度が優 2 次かつ球対称であるときに方程式の基本解が至る所非正則であることを証明した(加藤圭一氏、中橋渉氏(ともに東京理科大学)との共同研究)。(2) 離散シュレディンガー作用素の連続極限を一般の格子の場合に考察した(中村周氏(学習院大学)、三上溪太氏(理研)との共同研究)。(3) グラフェンの標準的モデルである六角格子上の離散シュレディンガー方程式の解の分散型評価($\ell^1 \rightarrow \ell^\infty$ 評価)に関するプレプリントを arXiv で公開した(Youngun Hong (Chung-Ang University), Changhun Yang (Chungbuk National University) との共同研究)。

VIII 四元数ユニタリ群上の保型形式の算術性

Arithmeticity of modular forms on quaternion unitary groups

山内淳生
Yamauchi, A.

四元数体上のユニタリ群 $\mathrm{Sp}(1,1)$ 上の保型形式の算術性について考察している。これまで、この群上の四元数離散系列を生成する保型形式は、存在は知られていたが、具体的にどのような Fourier 展開を持つのかなどは全く知られていなかった。それに対して、 $\mathrm{U}(2,2)$ 上の正則なベクトル値 θ 級数を構成して引き戻すことで、具体的に代数的な Fourier 係数を持つ $\mathrm{Sp}(1,1)$ 上の保型形式の例を与えた。現在考察しているのは、 $\mathrm{Sp}(2,1)$ 上の Eisenstein 級数を $\mathrm{Sp}(1,1)$ に引き戻した保型形式がどのような性質を持ち、Fourier 係数がどのような数になるか、という課題である。また、これまでに知られている $\mathrm{Sp}(1,1)$ 上の Eisenstein 級数の Fourier 係数の算術性についても調べている。

発表論文 List of Publications

- I-1 加藤 正和: 消散型非線形波動方程式の臨界指数とライフスパンについて, 奈良数学ワークショップ, 2024.09.20
- I-2 加藤 正和: 低階項を伴う非線形波動方程式の解の大域存在と爆発について, 広島微分方程式研究会, 2024.10.12
- I-3 加藤 正和: 時間重みを伴う半線形波動方程式系の解のライフスパンについて, The 21st Linear and Nonlinear Waves, 2024.11.07
- I-4 加藤 正和: The lifespan estimates for systems of wave equations with scale-invariant damping in one space dimension, One day workshop on hyperbolic and dispersive PDEs, 2024.11.24
- III-1 平野克博、微分積分学の教育に関する一考察、兵庫県立大学教職教育センター紀要第2号、2025.02.
- III-2 平野克博、線形代数学の教育に関する一考察、兵庫県立大学教職教育センター紀要第2号、2025.02.
- IV-1 A. Komyo: Compactification of moduli spaces of connections and Okamoto–Painlevé pairs, Moduli spaces of connections, Higgs Bundles and Riemann–Hilbert correspondences (京都大学 数理解析研究所), 2024.8.26
- IV-2 A. Komyo: A nonclassical algebraic solution of a 3-variable irregular Garnier system Funkcialaj Ekvacioj **67**(1) 85–104, 2024.4.15
- IV-3 A. Komyo: Description of generalized isomonodromic deformations of rank two linear differential equations using apparent singularities Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences **60**(1) 185–269, 2024.10.2

- V-1 川久保 哲: 離散 Kirchhoff 弾性棒の分類について, 部分多様体と離散化の幾何学 (京都大学数理解析研究所), 2024-06-25
- VII-1 Kato K., Nakahashi W., Tadano Y.: Non-smoothness of the fundamental solutions for Schrödinger equations with super-quadratic and spherically symmetric potential, Journal of Mathematical Physics, 65, 071506, 1–17 (2024)
- VII-2 Mikami K., Nakamura S., Tadano Y.: Continuum limit for Laplace and elliptic operators on lattices, Pure and Applied Analysis, 6(3), 765–788 (2024)
- VII-3 Kato K., Nakahashi W., Tadano Y.: Non-smoothness of the fundamental solutions for Schrödinger equations with super-quadratic and radially symmetric potential in two dimensions, SUT Journal of Mathematics, 60(2), 79–96 (2024)
- VII-4 只野之英: Non-smoothness of the fundamental solutions for Schrödinger equations with super-quadratic and spherically symmetric potentials, 大阪大学微分方程式セミナー (大阪)、2024
- VII-5 只野之英: Continuum limit of discrete Schrödinger operators on lattices, 作用素論セミナー (京都)、2025
- VII-6 只野之英: Continuum limit of discrete Schrödinger operators on lattices, 愛媛大学解析セミナー (愛媛)、2025
- VII-7 只野之英: 離散的な量子系における長距離散乱理論、日本数学会 2025 年度年会 函数解析分科会 (東京)、2025

科学研究費補助金等

- 1 学術振興会科学研究費補助金 (令和 4 年度-令和 8 年度) 基盤研究 (A) 課題番号: 22H00097
研究課題 非線形消散波動方程式の一般論の構築と宇宙論および流体力学への応用
研究代表者 高村博之 (東北大学)
研究分担者 加藤正和
- 2 学術振興会科学研究費補助金 (令和 6-令和 10 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 24K06674
研究課題 接続のモジュライ理論を用いたパンルヴェ方程式の理論の拡張
研究代表者 光明新
- 3 学術振興会科学研究費補助金 (令和 4-8 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 22K03293
研究課題コンパクト対称空間への多重調和写像と可積分系
研究代表者 守屋克洋
- 4 学術振興会科学研究費補助金 (令和 5-9 年度) 若手研究 課題番号: 23K12991
研究課題 離散シュレディンガー作用素のスペクトル・散乱理論的性質の解明
研究代表者 只野之英