

I 非線形消散型波動方程式の解の大域存在と爆発

Global existence and blow-up for semilinear damped wave equation

加藤 正和
Kato, M.

非線形消散型波動方程式に関して、消散項が、解の爆発と大域存在を分ける臨界指数や爆発解のライフスパンにどのような影響を与えるかを研究している。空間変数に依存する低階項を伴う空間3次元の半線型波動方程式について、空間変数の係数が臨界指数やライフスパンにどう影響するか不明であったが、初期値の空間遠方での減衰が速い場合には、臨界指数は係数に依存するシュトラウス指数になり、減衰が遅い場合には、その減衰度に応じた藤田タイプの指数になることを解明した。また、最適なライフスパンの評価を導き、熱的なライフスパンが波動的に変化する閾値を明らかにした。

II Levenberg-Marquardt の反復法により 構成される列の収束速度について

On a convergence rate of sequences
constructed by the Levenberg-Marquardt method

永安 聖
Nagayasu, S.

de Hoop-Qiu-Scherzer (2012) は、Banach 空間に於ける非線型作用素についての逆問題が Hölder 安定性を持つ場合の、Landweber の反復法で構成した列の収束速度を解析している。この結果が Levenberg-Marquardt (LM) の反復法に対しても成立するかどうかについて解析した。その結果、考える空間を Hilbert 空間とし、又逆問題が Lipschitz 安定性を持つ場合について、LM の反復法で構成した列の収束速度に関する同様の評価を得ることができた。引き続き、入力データに誤差が入っている場合について解析する予定である。以上は石田あかり氏、中村玄氏との共同研究である。

III 安定過程の最大値の密度関数の漸近性について

Asymptotic behavior of the density of maximum of stable processes

平野克博
Hirano, K.

安定分布の密度関数については級数表示以外の具体的な形は、特定のパラメーターの場合を除いてわかってはいない。しかし、その分布関数の末尾部の漸近挙動は古くから知られていた。近年、数理ファイナンス等の応用の観点から、安定過程の最大値の密度関数の末尾部の漸近挙動を決定することが重要になっている。結果の予想は容易に出来るが正確な証明は今までに見当たらなかった。この問題について、不規則媒質中の分枝過程の研究における副産物として得られた、安定分布の吸引域に属するランダムウォークのある種の極限定理を用いることで、最大値の密度関数が元々の密度関数とベータ関数との畳み込みに似た変換で表されることがわかった。この積分表示を用いることで最大値の密度関数の末尾部の \liminf の評価が得られた。但し、 \limsup の評価はまだ解決出来ていない。

IV 接続のモジュライ空間を用いたモノドロミー保存変形の研究

Study of isomonodromic deformations by moduli spaces of connections

光明 新
Komyo, A.

点付きコンパクトリーマン面上の放物接続のモジュライ空間のダルブー座標について調べた。コンパクトリーマン面が射影直線の場合、このダルブー座標を与える方法論が確立していたが、一般の点付きコンパクトリーマン面の場合はその構成方法は確立していなかった。そこで、Frank Loray 氏・齋藤政彦氏・Szilárd Szabó 氏と共同で、一般の点付きコンパクトリーマン面の場合にダルブー座標の構成についての研究を行った。その結果、階数が 2 の場合に、ダルブー座標を与える方法論を確立することができた。この成果は論文にまとめ現在投稿中である。

V 離散キルヒホッフ弾性棒

Discrete Kirchhoff elastic rods

川久保 哲
Kawakubo, S.

空間内のキルヒホッフ弾性棒 (第 3 ソリトン曲線) の離散化についての研究を行った (久留米工業大学の松浦望氏との共同研究)。これまでの研究により分類問題については解決しているが、離散キルヒホッフ弾性棒自体の明示公式については完全には求められていなかった。特に、円柱座標の軸を通る場合の明示公式の導出が未完であった。今年度中にこれを解決する予定であったが、まだ完成には至っていない。しかし今年度には、軸を通る平面内への問題に帰着させる、というアイデアを得ることができ、この方向で研究を大幅に推進させることができた。

VI 指数 2 の 4 次元擬ユークリッド空間内の時間的極小曲面の分類

Classification of minimal timelike surfaces in the four-dimensional pseudo-Euclidean space of index two

守屋 克洋
Moriya, K.

指数 2 の 4 次元擬ユークリッド空間における時間的極小曲面を表現する方法を提案した。この方法は、1 変数の 8 つの実数値関数とその導関数を用いて曲面をパラメータ化することで実現する。提案方法では、指数 2 の 4 次元擬ユークリッド空間の反射空間と、曲面上の自明な階数 4 のベクトル束の平坦な接続という概念を利用している。反射空間は、4 次元ユークリッド空間におけるツイスター空間に対応する概念である。提案方法は、ユークリッド空間における極小曲面の Weierstrass-Ennper 公式とは異なり、積分を全く必要としない。例として、Lorentz-Minkowski 平面でパラメータ化された時間的極小曲面を構成した。これらの例は、実定数係数を持つ 2 次同次線形常微分方程式の解から導出される。本研究成果は、指数 2 の 4 次元擬ユークリッド空間における時間的極小曲面の理解と、関連する物理現象のモデリングに役立つことが期待される。論文は現在投稿中である。

VII 連続系および離散系のシュレディンガー作用素のスペクトル・散乱理論

Spectral and scattering theory of Schrödinger operators on continuum and discrete spaces

只野 之英
Tadano, Y.

固体物理で現れる強束縛ハミルトニアン、連続系のシュレディンガー作用素の離散近似の 2 側面がある離散シュレディンガー作用素のスペクトル・散乱理論を研究している。離散シュレディンガー作用素の連続極限を一般の格子の場合に考察したプレプリントを公開した（中村周氏（学習院大学）、三上溪太氏（理研）との共同研究）。具体的には三角格子、六角格子などの格子上で定義された離散シュレディンガー作用素の連続極限をスペクトル論の文脈で定式化し、その極限としてユークリッド空間上のシュレディンガー作用素が得られること、その応用として連続系のシュレディンガー作用素の固有値、固有関数を離散シュレディンガー作用素のそれらを用いて誤差評価付きで近似できることを示した。また、多次元ユークリッド空間上のシュレディンガー方程式の基本解の非正則性に関するプレプリントも公開した（加藤圭一氏、中橋渉氏（ともに東京理科大学）との共同研究）。

VIII 四元数ユニタリ群上の保型形式の算術性

Arithmeticity of modular forms on quaternion unitary groups

山内淳生
Yamauchi, A.

四元数体上のユニタリ群 $Sp(1,1)$ 上の保型形式の算術性について考察している。これまで、この群上の四元数離散系列を生成する保型形式は、存在は知られていたが、具体的にどのような Fourier 展開を持つのかなどは全く知られていなかった。それに対して、 $U(2,2)$ 上の正則なベクトル値 θ 級数を構成して引き戻すことで、具体的に代数的な Fourier 係数を持つ $Sp(1,1)$ 上の保型形式の例を与えた。(成田宏秋 熊本大学准教授との共同研究)。現在考察しているのは、 $Sp(2,1)$ 上の Eisenstein 級数を $Sp(1,1)$ に引き戻した保型形式がどのような性質を持ち、Fourier 係数がどのような数になるか、という課題である。また、成田によって構成された $Sp(1,1)$ 上の Eisenstein 級数の Fourier 係数の算術性についても調べている。

発表論文 List of Publications

- I-1 M. Kato: 消散項とポテンシャル項を伴う非線型波動方程式の臨界指数について, One day workshop on Nonlinear wave equations, 2023.07.22
- I-2 M. Kato: 弱い消散項を伴う非線型波動方程式の解の時間大域存在と爆発について, 室蘭工業大学数理科学談話会, 2024.03.11
- IV-1 光明 新, Canonical coordinates for moduli spaces of rank two irregular connections on curves, パンルヴェ方程式の幾何学とその周辺 (東京理科大学 神楽坂キャンパス), 2023 年度
- VII-1 Y. Tadano: Continuum limit of discrete Schrödinger operators on lattices, 34th International Workshop on Operator Theory and its Applications, 2023.08.04
- VII-2 Y. Tadano: Continuum limit of discrete Schrödinger operators on lattices, 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, 2023.08.21
- VII-3 Y. Tadano: Continuum limit of discrete Schrödinger operators on lattices, 箱根における偏微分方程式研究会 2023, 2023-08-26
- VII-4 Y. Tadano: 格子上的離散シュレディンガー作用素の連続極限, 夏の作用素論シンポジウム 2023, 2023-09-17
- VII-5 Y. Tadano: Continuum limit of discrete Schrödinger operators on lattices, 2nd Chile-Japan Workshop on Mathematical Physics and Partial Differential Equations, 2023-09-26
- VII-6 Y. Tadano: Continuum limit of discrete Schrödinger operators on lattices, RIMS 共同研究 (公開型) 「量子場の数理とその周辺」, 2023-12-04
- VII-7 K. Mikami, S. Nakamura, Y. Tadano: Continuum limit for Laplace operators on lattices, 日本数学会 2024 年度年会, 2024-03-17

VII-8 K. Mikami, S. Nakamura, Y. Tadano: Continuum limit for discretized elliptic operators on square lattice, 日本数学会 2024 年度年会, 2024-03-17

VII-9 K. Kato, W. Nakahashi, Y. Tadano: Non-smoothness of the fundamental solutions for Schrödinger equations with super-quadratic and spherically symmetric potentials, 日本数学会 2024 年度年会, 2024-03-19

科学研究費補助金等

- 1 学術振興会科学研究費補助金 (平成 31-令和 4 年度) 若手研究 課題番号: 19K14506
研究課題 モノドロミー保存変形を記述する微分方程式の代数解の研究
研究代表者 光明新
- 2 学術振興会科学研究費補助金 (令和 4-8 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 22K03293
研究課題コンパクト対称空間への多重調和写像と可積分系
研究代表者 守屋克洋
- 3 学術振興会科学研究費補助金 (令和 5-9 年度) 若手研究 課題番号: 23K12991
研究課題 離散シュレディンガー作用素のスペクトル・散乱理論的性質の解明
研究代表者 只野之英