

I ランダム磁場シュレディンガー作用素のスペクトル

The Spectrum of Schrödinger operators with random magnetic fields

野村祐司

Nomura, Y.

ユークリッド平面上のランダムな Aharonov-Bohm 磁場をもつシュレディンガー作用素のスペクトルの下端における状態密度関数の漸近挙動を調べている。自由粒子に対応するラプラシアンの状態密度は、冪オーダーで減衰することが知られているが、このランダム作用素の場合には状態密度が指数関数的に減衰する、所謂 Lifshitz tail と呼ばれる現象に関する結果を得ることができた。Aharonov-Bohm 磁場については、Anderson 型、Poisson 型を含むある程度弱い条件下において、2次元デルタ型磁場に対する Hardy 型不等式を援用し、大偏差原理により指数関数的減衰を導くことができる。

II 離散シュレディンガー作用素のスペクトルとレゾナンス

The Spectrum of discrete Schrödinger operators

野村祐司

Nomura, Y.

Z^d および無限正則 Tree 上の離散ラプラシアンに台が有限個のポテンシャルを摂動したときのスペクトルを調べている。現在までに、本質的スペクトルの外側に現れる固有値の個数を、ラプラシアンのグリーン関数により数え上げる結果を得ることができた。また、埋め込まれた固有値や閾値レゾナンスをもつポテンシャルの全体からなる集合（多様体）を決定し、その幾何学的構造と元の作用素のスペクトルの性質の関係を調べている。また、低次元空間においてポテンシャルが一般の場合に閾値レゾナンスの存在条件およびレゾナンス関数の空間遠方での漸近挙動を調べている。一般のポテンシャルの場合に、楕円型閾値レゾナンス状態の漸近挙動と双曲型閾値におけるレゾナンス状態の非存在を示し、さらに極限吸収原理を証明した結果を論文にまとめ、専門誌に掲載された。

III 実関数論的な手法における偏微分方程式の解の研究

Study of Solutions to P.D.E. by Methods of Harmonic Analysis

保城寿彦

Hosiro, T.

本課題では停留位相の方法、複素補間といった調和解析学の手法によって偏微分方程式の解について研究する。具体的には非線形初期値問題で基本的な分散型方程式の smoothing effect や制限定理などを対象とする。また数理物理学で重要な極限吸収の原理や Schroedinger 作用素の負の固有値数についての評価についても考察する。スペクトル理論で極限吸収の原理を証明するために発明された Mourre の方法を分散型方程式の初期値問題における平滑化作用 (smoothing effect) の証明に応用した。これによって多くの変数係数の分散型方程式においても平滑化作用がおこっていることがわかった。また超局所解析的手法を用い平滑化作用が起こるための必要条件を示した。

IV 種数 5 の標準曲線の族と無限小レベルでのシチジーの退化

Families of canonical curves with genus 5 and the degenerations
of the syzygies at the infinitesimal levels

遊佐 毅

Usa, T.

昨年度は一昨年度に引き続き syzygy の退化に関連する方面で進展があった。一般論の立場から見ると退化を調べられる syzygy のレベルには限界値があるのだが、種数 5 のトリゴナル標準曲線の例では様々な幸運により、一昨年度はその限界値を超えて更に高次のレベルの syzygy の退化をも含め、それらを記述する接続層の構造を全て決定できた。昨年度はその限界値を超えた高次のレベルの syzygy の退化に関し、無限小障害類の発生する無限小近傍の具体的な次数を決定する事ができた。言い換えると、先に述べた接続層を無限小近傍上の族に対しても考え、その接続層の間の写像についても詳しく調べる事に成功した。今回の仕事の中では、異なるレベルの syzygies のコホモロジーレベルでの関係が臆げに見える事が解決の糸口となっている。

V 安定過程の最大値の密度関数の漸近性について

Asymptotic behavior of the density of maximum of stable processes

平野克博

Hirano, K.

安定分布の密度関数の級数表示以外の具体的な形は、特定のパラメーターの場合を除いてわかってはいないが、その分布関数の末尾部の漸近挙動は古くから知られていた。近年、数理ファイナンス等の応用の観点から、安定過程の最大値の密度関数の末尾部の漸近挙動を決定することが重要になっている。この問題について、不規則媒質中の分枝過程の研究における副産物として得られた、安定分布の吸引域に属するランダムウォークのある種の極限定理を用いることで、最大値の密度関数が元の安定分布の密度関数のベータ関数によく似た積分変換で表されることがわかった。さらに、この積分表示を用いることで最大値の密度関数の末尾部の \liminf の評価が得られた。但し、 \limsup の評価はまだ解決出来ていない。

VI n 次元単位球面内の極小曲面の変換

Transforms of minimal surfaces in the n -sphere

守屋 克洋

Moriya, K.

n 次元単位内の極小曲面の大域的変換を2種類定義した。これらはLawsonによる3次元単位球面内の極小曲面の大域的変換の高次元版に当たる。Lawsonが外積代数を用いたところを、本研究ではクリフォード代数を用いたところが大きな違いである。一つは分岐点を持ちうる変換でもう一つは滑らかな変換となる。分岐点を持ちうる変換については分岐点に対応する最初の曲面の点は、測地的であることを示した。

VII 局所誘導階層のソリトン曲線

Soliton curves of the localized induction hierarchy

川久保 哲

Kawakubo, S.

局所誘導階層とは、局所誘導方程式(渦糸の運動を表す方程式)に付随した発展方程式の無限系列のことである。第 n 番目の発展方程式に対する定常問題の解を第 n ソリトン曲線という。

2020年度は、松浦望氏(久留米工業大学)と共同で、3次元ユークリッド空間内のキルヒホッフ弾性棒(即ち第3ソリトン曲線)の離散化についての研究を行った。特に、前年度に得た連続版のキルヒホッフ弾性棒のテータ関数表示を離散化することができた。ただし、連続版に完全に対応するような満足した形にはなっていない。これは、連続版の時に使った常微分方程式の便利な道具が差分方程式に対しては全く適用できない、ということが原因の一つである。特に、解の分類問題が未完であり、今後の課題である。

VIII 四元数ユニタリ群上の保型形式の算術性

Arithmeticity of modular forms on quaternion unitary groups

山内淳生

Yamauchi, A.

四元数体上のユニタリ群 $Sp(1,1)$ 上の保型形式の算術性について考察している。これまで、この群上の四元数離散系列を生成する保型形式は、存在は知られていたが、具体的にどのような Fourier 展開を持つのかなどは全く知られていなかった。それに対して、 $U(2,2)$ 上の正則なベクトル値 theta 級数を構成して引き戻すことで、具体的に代数的な Fourier 係数を持つ $Sp(1,1)$ 上の保型形式の例を与えた。(成田宏秋 熊本大学准教授との共同研究)。現在考察しているのは、 $Sp(2,1)$ 上の Eisenstein 級数を $Sp(1,1)$ に引き戻した保型形式がどのような性質を持ち、Fourier 係数がどのような数になるか、という課題である。また、成田によって構成された $Sp(1,1)$ 上の Eisenstein 級数の Fourier 係数の算術性についても調べている。

IX 介在物同定の逆問題に於いて、 介在物の情報が安定性に与える影響についての解析

A depth-dependent stability estimate in inverse problems

永安 聖
Nagayasu, S.

介在物同定の逆問題の安定性解析, 特に介在物と境界との距離や介在物の大きさなどが安定性評価にどのような影響を与えるかについて解析を試みた。この研究の目標は, Nagayasu-Uhlmann-Wang (2009) [NUW] の結果の拡張である。[NUW] では物体と介在物を 2 次元円板, 特に同心円とした場合について解析したが, これらを同心円としない場合について解析することが本研究での最初の目標であった。[NUW] の研究では方程式に対するある特別な解が有効であったが, 同心円でない場合についてもこれに対応する特別な解を構成することができた。現在のところ, 安定性評価自身はまだ得られていないが, 今回得られた特別な解を用いて解析を続ければ, 目標としている安定性評価も得ることができると考えている。

発表論文 List of Publications

- I-1 Y. Nomura : Some properties of threshold eigenstates and resonant states of discrete Schroedinger operators, *Annales Henri Poincaré*. **21** (2020), 2009-2030. (joint work with K. Taira)
- I-2 Y. Nomura : Lifshitz tail for Schödinger operators with random Aharonov-Bohm magnetic fields, *Himeji Conference on Partial Differential Equations*, 2018.2.21-2.22
- I-3 Y. Nomura : Schrödinger operators with random δ magnetic fields, *Annales Henri Poincaré*. **18** (2017), 1349-1369. (joint work with T. Mine)
- II-1 Y. Nomura : 埋め込まれた固有値の Persistent 多様体について, 岡山-広島 解析・確率論セミナー 2017, 2017.2.20-2.21
- II-2 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスについて, 2017 鹿児島スペクトル幾何学研究会, 2017.3.29-3.31
- II-3 Y. Nomura : 離散 Schödinger 作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスの Persistent 多様体について, 第 162 回学習院スペクトル理論セミナー, 2017.11.18
- II-4 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の埋蔵固有値、閾値レゾナンスに関する逆問題について, 数理解析研究所研究集会「関数不等式の最良定数とその周辺」, 2017.9.19-9.21
- II-5 Y. Nomura : 離散作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスの Persistent 多様体について, 第 24 回超局所解析と古典解析, 2017.12.2-12.3
- II-6 Y. Nomura : 離散シュレディンガー作用素の conjugate operator について, 第 25 回超局所解析と古典解析, 2018.12.1-12.

- II-7 Y.Nomura : Imverse embedded eigenvalue problems I, II, スペクトル・散乱京都今出川シンポジウム, 2019.1.12-14
- II-8 Y.Nomura : Imverse problems for embedded eigenvalues, Workshop on Analysis in Kagurazaka 2019, 2019.1.25-26
- II-9 Y. Nomura : On the number of discrete eigenvalues of a discrete Schrödinger operator with a finitely supported potential, Lett. Math. Phys. **106** (2016), 1465 - 1478. (joint work with Y. Hayashi, Y. Higuchi and O. Ogurisu)
- IV-1 T.Usa : Betti constancy on the syzygies and the differentials of Koszul graph maps, 日本数学会, 代数分科会, 東京工業大学, 2019.03.20
- IV-2 T.Usa : Families of canonical curves with genus 5 and the degenerations of the syzygies (I), Report of Univ. of Hyogo, No.30, pp.1-13 (2019).
- IV-3 T.Usa : A Family of canonical curves with genus 5 and the degenerations of the syzygies, 第十七回代数曲線論シンポジウム, 神奈川工科大学, 2019.12.15.
- IV-4 T.Usa : A Family of canonical curves with genus 5 and the degenerations of the syzygies, 代数幾何学ミニワークショップ, 多可町公民館, 2020.01.13
- IV-5 T.Usa : A family of canonical curves with genus 5 and the degeneration of syzygies, 日本数学会秋季総合分科会, Zoom(熊本大学) 2020.09.25
- IV-6 T.Usa : Families of canonical curves with genus 5 and the degenerations of the syzygies (II), Report of Univ. of Hyogo, No.31, pp.1-11 (2020).
- IV-7 T.Usa : Families of canonical curves with genus 5 and the degenerations of the syzygies (III), 代数幾何学ミニワークショップ, Zoom オンライン, 2021.01.10
- VI-1 K. Moriya : Polar varieties and bipolar surfaces of minimal surfaces in the n -sphere, preprint.
- VII-1 S. Kawakubo : Soliton curves in three-dimensional space forms, J. Geom. Phys. **133** (2018), 242–259.

科学研究費補助金等

- 1 学術振興会科学研究費補助金 (平成 27-31 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 15K04960
研究課題 周期的およびランダムな磁場付きシュレーディンガー作用素のスペクトル
研究代表者 野村祐司
- 2 学術振興会科学研究費補助金 (平成 29-令和 2 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 17K05217
研究課題 高次元の曲面と部分多様体の表現公式とその応用
研究代表者 守屋克洋
- 3 学術振興会科学研究費補助金 (平成 27-令和元年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 15K04863
研究課題 リーマン多様体内の 1 次元弾性体の数学的モデルとその応用
研究代表者 川久保哲
- 4 学術振興会科学研究費補助金 (平成 26-令和元年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 26400069
研究課題 曲線の運動方程式のリーマン幾何学的摂動
研究分担者 川久保哲
- 5 学術研究助成基金助成金 (平成 27-令和元年度) 研究若手 (B) 課題番号: 15K17555
研究課題 介在物同定の逆問題に対する安定性評価の解析
研究代表者 永安 聖