

## I ランダム磁場シュレディンガー作用素のスペクトル

The Spectrum of Schrödinger operators with random magnetic fields

野村祐司

Nomura, Y.

ユークリッド平面上のランダムな Aharonov-Bohm 磁場をもつシュレディンガー作用素のスペクトルの下端における状態密度関数の漸近挙動を調べている。自由粒子に対応するラプラシアンの状態密度は、冪オーダーで減衰することが知られているが、このランダム作用素の場合には状態密度が指数関数的に減衰する、所謂 Lifshitz tail と呼ばれる現象に関する結果を得ることができた。Aharonov-Bohm 磁場については、Anderson 型、Poisson 型を含むある程度弱い条件下において、2次元デルタ型磁場に対する Hardy 型不等式を援用し、大偏差原理により指数関数的減衰を導くことができる。

## II 離散シュレディンガー作用素のスペクトルとレゾナンス

The Spectrum of discrete Schrödinger operators

野村祐司

Nomura, Y.

$Z^d$  および無限正則 Tree 上の離散ラプラシアンに台が有限個のポテンシャルを摂動したときのスペクトルを調べている。現在までに、本質的スペクトルの外側に現れる固有値の個数を、ラプラシアンのグリーン関数により数え上げる結果を得ることができた。また、埋め込まれた固有値や閾値レゾナンスをもつポテンシャルの全体からなる集合（多様体）を決定し、その幾何学的構造と元の作用素のスペクトルの性質の関係を調べている。また、低次元空間においてポテンシャルが一般の場合に閾値レゾナンスの存在条件およびレゾナンス関数の空間遠方での漸近挙動を調べている。一般のポテンシャルの場合に、楕円型閾値レゾナンス状態の漸近挙動と双曲型閾値におけるレゾナンス状態の非存在を示し、さらに極限吸収原理を証明した結果を論文にまとめ、専門誌に掲載された。

### III 実関数論的な手法における偏微分方程式の解の研究

Study of Solutions to P.D.E. by Methods of Harmonic Analysis

保城寿彦

Hosiro, T.

本課題では停留位相の方法、複素補間といった調和解析学の手法によって偏微分方程式の解について研究する。具体的には非線形初期値問題で基本的な分散型方程式の smoothing effect や制限定理などを対象とする。また数理解物理学で重要な極限吸収の原理や Schrodinger 作用素の負の固有値数についての評価についても考察する。スペクトル理論で極限吸収の原理を証明するために発明された Mourre の方法を分散型方程式の初期値問題における平滑化作用 (smoothing effect) の証明に応用した。これによって多くの変数係数の分散型方程式においても平滑化作用がおこっていることがわかった。また超局所解析的手法を用い平滑化作用が起こるための必要条件を示した。

### IV 種数5の標準曲線の族とシチジーの退化

A Family of canonical curves with genus 5 and the degenerations of the syzygies

遊佐 毅

Usa, T.

前年度に副産物として得た、syzygy の退化について調べる手段を種数5のトリゴナル標準曲線を中心ファイバーに含む代数曲線の族という具体例に適用した所、本来は調べることが困難なはずの無限小変形の障害類とベクトル束の拡大類の関連を詳細に調べることができ、種数5のトリゴナル標準曲線を中心ファイバーに含む代数曲線の族で起きる syzygy の退化を記述する接続層の構造を完全に決定することができた。また、本来は一般論から見て、退化を調べられる syzygy のレベルにはある限界値があるが、この具体例では様々な幸運により、その限界値を超えた高次の syzygy の退化も含め、それらを記述する接続層の構造を全て決定することもできた。

### V 安定過程の最大値の密度関数の漸近性について

Asymptotic behavior for the density of maximam of stable processes

平野克博

Hirano, K.

安定分布の分布関数や密度関数の具体的な形は、正規分布など幾つかの典型的な場合を除いてわかってはいないが、その末尾部の漸近挙動は古くから知られていた。近年、数理ファイナンス等の応用の観点から、安定過程の最大値の密度関数の末尾部の漸近挙動を決定することが重要になっている。この問題について、不規則媒質中の分枝過程の研究における、安定分布の吸引域に属するランダムウォークのある種の極限定理を考察する過程で得られた方法を用いることで、最大値の密度関数が安定分布の密度関数の積分変換で表されることがわかった。さらに、この積分表示を用いることで  $\liminf$  の評価が得られた。一方、この方法だと  $\limsup$  の評価はうまくいかず、いまだ未解決である。

## VI ヤコビ場を用いた極小曲面の変換

Transforms of minimal surfaces by Jacobi fields

守屋 克洋  
Moriya, K.

ユークリッド空間内の完備で全曲率が有限な極小曲面は環形と位相同型な端部を持つ。University of Leicester の Katrin Leschke と Granada University の Francisco Martin と変形ベクトル場である Jacobi 場を利用した極小曲面の変換, すなわち, 与えられた極小曲面から新たな極小曲面を構成する方法について共同研究し, 端部の変換についての情報を得た。

## VII 共形写像のスピン表現

On the study of eigenvalue problems for Schrödinger operators

守屋 克洋  
Moriya, K.

リーマン面から高次元ユークリッド空間への共形写像に対してリーマン面のスピン構造を固定することによって共形写像の微分をスピノル場を用いて表すことができるという本人の結果を精密化した。

## VIII 局所誘導階層のソリトン曲線

Soliton curves of the localized induction hierarchy

川久保 哲  
Kawakubo, S.

局所誘導階層とは、渦糸運動を表す局所誘導方程式に付随した発展方程式の無限系列のことである。第  $n$  番目の発展方程式に対する定常問題の解を第  $n$  ソリトン曲線という。

2019 年度は、3次元ユークリッド空間内のキルヒホッフ弾性棒 (即ち第3ソリトン曲線) の陽な表示式について研究を行った。特に、未定係数法を用いることにより、キルヒホッフ弾性棒の直交座標成分を楕円関数を用いて陽に表すことができた。この表示式を用いることにより、キルヒホッフ弾性棒の離散化への応用が期待され、この研究は現在進行中である。

また、ソリトンクラスのサブクラスに属する曲線である擬似平面的ソリトンについても研究した。擬似平面的ソリトンは、振率一定弧長パラメータ曲線で、ある常微分方程式を満たすようなものとして定義される。カリーニとアイヴィーは擬似平面的  $n$  ソリトンをベックルント変換すると擬似平面的  $n+1$  ソリトンになる、という予想を行っているが、2019 年度はこの予想の証明を試みた。もしこの証明が完成すれば、閉ソリトン曲線がどのような結び目をなすか、という問題に対する知見が得られると期待できる。

# IX 介在物同定の逆問題に於いて、 介在物の情報が安定性に与える影響についての解析

A depth-dependent stability estimate in inverse problems

永安 聖  
Nagayasu, S.

介在物同定の逆問題の安定性解析, 特に介在物と境界との距離や介在物の大きさなどが安定性評価にどのような影響を与えるかについて解析を試みた。この研究の目標は, Nagayasu-Uhlmann-Wang (2009) [NUW] の結果の拡張である。[NUW] では物体と介在物を 2 次元円板, 特に同心円とした場合について解析したが, これらを同心円としない場合について解析することが本研究での最初の目標であった。[NUW] の研究では方程式に対するある特別な解が有効であったが, 同心円でない場合についてもこれに対応する特別な解を構成することができた。現在のところ, 安定性評価自身はまだ得られていないが, 今回得られた特別な解を用いて解析を続ければ, 目標としている安定性評価も得ることができると考えている。

## 発表論文 List of Publications

- I-1 Y. Nomura : Some properties of threshold eigenstates and resonant states of discrete Schroedinger operators, *Annales Henri Poincaré*. **21** (2020), 2009-2030. (joint work with K. Taira)
- I-2 Y. Nomura : Lifshitz tail for Schödinger operators with random Aharonov-Bohm magnetic fields, *Himeji Conference on Partial Differential Equations*, 2018.2.21-2.22
- I-3 Y. Nomura : Schrödinger operators with random  $\delta$  magnetic fields, *Annales Henri Poincaré*. **18** (2017), 1349-1369. (joint work with T. Mine)
- II-1 Y. Nomura : 埋め込まれた固有値の Persistent 多様体について, 岡山-広島 解析・確率論セミナー 2017, 2017.2.20-2.21
- II-2 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスについて, 2017 鹿児島スペクトル幾何学研究会, 2017.3.29-3.31
- II-3 Y. Nomura : 離散 Schödinger 作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスの Persistent 多様体について, 第 162 回学習院スペクトル理論セミナー, 2017.11.18
- II-4 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の埋蔵固有値、閾値レゾナンスに関する逆問題について, 数理解析研究所研究集会「関数不等式の最良定数とその周辺」, 2017.9.19-9.21
- II-5 Y. Nomura : 離散作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスの Persistent 多様体について, 第 24 回超局所解析と古典解析, 2017.12.2-12.3
- II-6 Y. Nomura : 離散シュレディンガー作用素の conjugate operator について, 第 25 回超局所解析と古典解析, 2018.12.1-12.

- II-7 Y.Nomura : Imverse embedded eigenvalue problems I, II, スペクトル・散乱京都今出川シンポジウム, 2019.1.12-14
- II-8 Y.Nomura : Imverse problems for embedded eigenvalues, Workshop on Analysis in Kagurazaka 2019, 2019.1.25-26
- II-9 Y. Nomura : On the number of discrete eigenvalues of a discrete Schrödinger operator with a finitely supported potential, Lett. Math. Phys. **106** (2016), 1465 - 1478. (joint work with Y. Hayashi, Y. Higuchi and O. Ogurisu)
- III-1 T.Usa : Infinitesimal directions for strong Betti constancy in the Hilbert scheme of  $P^N$ , 代数幾何学ミニワークショップ, 多可町公民館, 2018.01.07.
- III-2 T.Usa : Betti constancy of the flat families of projective subschemes over non-reduced schemes, Report of Univ. of Hyogo, No.29, pp.1-7 (2018).
- III-3 T.Usa : Betti constancy of the flat families of projective subschemes over non-reduced schemes, 代数幾何学ミニワークショップ, 多可町公民館, 2019.01.06.
- III-4 T.Usa : Betti constancy on the syzygies and the differentials of Koszul graph maps, 日本数学会, 代数分科会, 東京工業大学, 2019.03.20
- III-5 T.Usa : Families of canonical curves with genus 5 and the degenerations of the syzygies (I), Report of Univ. of Hyogo, No.30, pp.1-13 (2019).
- III-6 T.Usa : A Family of canonical curves with genus 5 and the degenerations of the syzygies, 第十七回代数曲線論シンポジウム, 神奈川工科大学, 2019.12.15.
- III-7 T.Usa : A Family of canonical curves with genus 5 and the degenerations of the syzygies, 代数幾何学ミニワークショップ, 多可町公民館, 2020.01.13
- V-1 K. Moriya (with K. Leschke, F. Martin, M. Killian and T. Hoffman) Minimal surfaces: integrable systems and visualization, Summer 2018 Workshop, 2018.8.21-23
- VI-1 K. Moriya, The spinor representation of conformal mappings of surfaces, RIMS 共同研究「部分多様体の幾何学の深化と展開」, 2018.6.25
- VII-1 S. Kawakubo : Frenet 振率一定ではない第4ソリトン曲線について, 小磯憲史先生退職記念研究集会, 2017.3.13
- VII-2 S. Kawakubo : Soliton curves in three-dimensional space forms, J. Geom. Phys. **133** (2018), 242-259.

## 科学研究費補助金等

- 1 学術振興会科学研究費補助金 (平成 27-31 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 15K04960  
研究課題 周期的およびランダムな磁場付きシュレーディンガー作用素のスペクトル  
研究代表者 野村祐司
- 2 学術振興会科学研究費補助金 (平成 29-令和 2 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 17K05217  
研究課題 研究課題 高次元の曲面と部分多様体の表現公式とその応用  
研究代表者 守屋克洋
- 3 学術振興会科学研究費補助金 (平成 27-令和元年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 15K04863  
研究課題 リーマン多様体内の 1 次元弾性体の数学的モデルとその応用  
研究代表者 川久保哲
- 4 学術振興会科学研究費補助金 (平成 26-令和元年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 26400069  
研究課題 曲線の運動方程式のリーマン幾何学的摂動  
研究分担者 川久保哲
- 5 学術研究助成基金助成金 (平成 27-令和元年度) 研究若手 (B) 課題番号: 15K17555  
研究課題 介在物同定の逆問題に対する安定性評価の解析  
研究代表者 永安 聖