

I ランダム磁場シュレーディンガー作用素のスペクトル

The Spectrum of Schrödinger operators with random magnetic fields

野村祐司

Nomura, Y.

ユークリッド平面上のランダムな Aharonov-Bohm 磁場をもつシュレーディンガー作用素のスペクトルの下端における状態密度関数の漸近挙動を調べている。自由粒子に対応するラプラシアンの状態密度は、冪オーダーで減衰することが知られているが、このランダム作用素の場合には状態密度が指数関数的に減衰する、所謂 Lifshitz tail と呼ばれる現象に関する結果を得ることができた。Aharonov-Bohm 磁場については、Anderson 型、Poisson 型を含むある程度弱い条件下において、2次元デルタ型磁場に対する Hardy 型不等式を援用し、大偏差原理により指数関数的減衰を導くことができる。

II 離散シュレーディンガー作用素のスペクトル

The Spectrum of discrete Schrödinger operators

野村祐司

Nomura, Y.

Z^d および無限正則 Tree 上の離散ラプラシアンに台が有限個のポテンシャルを摂動したときのスペクトルを調べている。現在までに、本質的スペクトルの外側に現れる固有値の個数を、ラプラシアンのグリーン関数により数え上げる結果を得ることができた。また、埋め込まれた固有値や閾値レゾナンスをもつポテンシャルの全体からなる集合（多様体）を決定し、その幾何学的構造と元の作用素のスペクトルの性質の関係を調べている。また、低次元空間においてポテンシャルが一般の場合に閾値レゾナンスの存在条件およびレゾナンス関数の空間遠方での漸近挙動を調べている。

III 実関数論的な手法における偏微分方程式の解の研究

Study of Solutions to P.D.E. by Methods of Harmonic Analysis

保城寿彦

Hosiro, T.

本課題では停留位相の方法、複素補間といった調和解析学の手法によって偏微分方程式の解について研究する。具体的には非線形初期値問題で基本的な分散型方程式の smoothing effect や制限定理などを対象とする。また数理物理学で重要な極限吸収の原理や Schrödinger 作用素の負の固有値数についての評価についても考察する。スペクトル理論で極限吸収の原理を証明するため

に発明された Mourre の方法を分散型方程式の初期値問題における平滑化作用 (smoothing effect) の証明に応用した。これによって多くの変数係数の分散型方程式においても平滑化作用がおこっていることがわかった。また超局所解析的手法を用い平滑化作用が起こるための必要条件を示した。

IV 非被約なスキーム上平坦な射影部分スキームのベッチ安定性 Betti constancy of the flat families of projective subschemes over non-reduced schemes

遊佐 毅
Usa, T.

ベッチ安定族の一般論に関し予想外の進展があった。ベッチ安定族を扱う上で、基底スキームが非被約な場合は二次以上の高次順像に関するかなり複雑な仮定がそれまでは必要だったのが、この進展により一挙に不要となり、接空間の計算などにおける各種定理の仮定も整理され理想的な形とすることができた。さらにその副産物としてベッチ安定性の退化についても調べる手段を遂に得ることができた。

V 安定過程の最大値の密度関数の漸近性について Asymptotic behavior for the density of maximum of stable processes

平野克博
Hirano, K.

安定分布の分布関数や密度関数の具体的な形は、正規分布など幾つかの典型的な場合を除いてわかってはいないが、その末尾部の漸近挙動は古くから知られていた。近年、数理ファイナンス等の応用の観点から、安定過程の最大値の密度関数の末尾部の漸近挙動を決定することが重要になっている。この問題について、不規則媒質中の分枝過程の研究における、安定分布の吸引域に属するランダムウォークのある種の極限定理を考察する過程で得られた方法を用いることで、最大値の密度関数が安定分布の密度関数の積分変換で表されることがわかった。さらに、この積分表示を用いることで \liminf の評価が得られた。一方、この方法だと \limsup の評価はうまくいかず、いまだ未解決である。

VI ヤコビ場を用いた極小曲面の変換 Transforms of minimal surfaces by Jacobi fields

守屋 克洋
Moriya, K.

ユークリッド空間内の完備で全曲率が有限な極小曲面は環形と位相同型な端部を持つ。University of Leicester の Katrin Leschke と Granada University の Francisco Martin と変形ベクトル場であ

る Jacobi 場を利用した極小曲面の変換, すなわち, 与えられた極小曲面から新たな極小曲面を構成する方法について共同研究し, 端部の変換についての情報を得た.

VII 共形写像のスピン表現

On the study of eigenvalue problems for Schrödinger operators

守屋 克洋
Moriya, K.

リーマン面から高次元ユークリッド空間への共形写像に対してリーマン面のスピン構造を固定することによって共形写像の微分をスピノル場を用いて表すことができるという本人の結果を精密化した.

VIII 局所誘導階層のソリトン曲線

Soliton curves of the localized induction hierarchy

川久保 哲
Kawakubo, S.

渦糸運動を表す局所誘導方程式に付随した発展方程式の無限系列を局所誘導階層とよぶ。第 n ソリトン曲線とは、第 n 番目の発展方程式に対する定常問題の解のことである。 \mathbf{R}^3, S^3, H^3 内の第 1 ~ 第 3 ソリトン曲線については、全ての解の陽な表示が知られており、幾何学的性質も詳しく調べられている。一方、第 4 ソリトン以降については、 \mathbf{R}^3 においても、まだ良く分かっていない対象である。以前に、フレネ振率が一定ではない第 4 ソリトン曲線の例を構成したが、本研究では、この例についてさらに詳細な解析を行った。具体的には、この曲線の座標表示を Jacobi の楕円関数を用いて陽に表し、曲線が周期的になるための条件について調べた。その結果、周期的な曲線が存在することを、大筋の部分について示すことができた。

また、局所誘導階層は、可積分系の観点から、ある種のエルミート対称リー代数内への拡張を考えることが自然である。これに関しては、特殊ユニタリーリー環内の局所誘導階層について研究し、ソリトン曲線を厳密に定式化した。そして、ある条件をみたすスキリングベクトル場と局所誘導階層の再帰作用素との関係について調べた。

IX 介在物同定の逆問題に於いて、 介在物の情報が安定性に与える影響についての解析

A depth-dependent stability estimate in inverse problems

永安 聖
Nagayasu, S.

介在物同定の逆問題の安定性解析, 特に介在物と境界との距離や介在物の大きさなどが安定性評価にどのような影響を与えるかについて解析を試みた。この研究の目標は, Nagayasu-Uhlmann-Wang (2009) [NUW] の結果の拡張である。[NUW] では物体と介在物を 2 次元円板, 特に同心円とした場合について解析したが, これらを同心円としない場合について解析することが本研究での最初の目標であった。[NUW] の研究では方程式に対するある特別な解が有効であったが, 同心円でない場合についてもこれに対応する特別な解を構成することができた。現在のところ, 安定性評価自身はまだ得られていないが, 今回得られた特別な解を用いて解析を続ければ, 目標としている安定性評価も得ることができると考えている。

発表論文 List of Publications

- I-1 Y. Nomura : Lifshitz tail for Schrödinger operators with random Aharonov-Bohm magnetic fields, Himeji Conference on Partial Differential Equations, 2018.2.21-2.22
- I-2 Y. Nomura : Schrödinger operators with random δ magnetic fields, Annales Henri Poincaré. **18** (2017), 1349-1369. (joint work with T. Mine)
- II-1 Y. Nomura : 埋め込まれた固有値の Persistent 多様体について, 岡山-広島 解析・確率論セミナー 2017, 2017.2.20-2.21
- II-2 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスについて, 2017 鹿児島スペクトル幾何学研究会, 2017.3.29-3.31
- II-3 Y. Nomura : 離散 Schrödinger 作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスの Persistent 多様体について, 第 162 回学習院スペクトル理論セミナー, 2017.11.18
- II-4 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の埋蔵固有値、閾値レゾナンスに関する逆問題について, 数理解析研究所研究集会「関数不等式の最良定数とその周辺」, 2017.9.19-9.21
- II-5 Y. Nomura : 離散作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスの Persistent 多様体について, 第 24 回超局所解析と古典解析, 2017.12.2-12.3
- II-6 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の conjugate operator について, 第 25 回超局所解析と古典解析, 2018.12.1-12.
- II-7 Y. Nomura : Inverse embedded eigenvalue problems I, II, スペクトル・散乱京都今出川シンポジウム, 2019.1.12-14
- II-8 Y. Nomura : Inverse problems for embedded eigenvalues, Workshop on Analysis in Kagurazaka 2019, 2019.1.25-26
- II-9 Y. Nomura : On the number of discrete eigenvalues of a discrete Schrödinger operator with a finitely supported potential, Lett. Math. Phys. **106** (2016), 1465 - 1478. (joint work with Y. Hayashi, Y. Higuchi and O. Ogurusu)
- III-1 T. Usa : Infinitesimal directions for strong Betti constancy in the Hilbert scheme of P^N , Report of Univ. of Hyogo, No.28, pp.1-12 (2017).
- III-2 T. Usa : The local stability of homological shells and the Betti stability, 代数幾何学ミニワークショップ, 多可町公民館, 2017.01.08.

- III-3 T.Usa :Koszul グラフ写像の微分, 射影多様体の幾何とその周辺 2017, 高知大学, 2017.11.05.
- III-4 T.Usa : Infinitesimal directions for strong Betti constancy in the Hilbert scheme of P^N , 代数幾何学ミニワークショップ, 多可町公民館, 2018.01.07.
- III-5 T.Usa : Betti constancy of the flat families of projective subschemes over non-reduced schemes, Report of Univ. of Hyogo, No.29, pp.1-7 (2018).
- III-6 T.Usa : Betti constancy of the flat families of projective subschemes over non-reduced schemes, 代数幾何学ミニワークショップ, 多可町公民館, 2019.01.06.
- III-7 T.Usa : Betti constancy on the syzygies and the differentials of Koszul graph maps, 日本数学会, 代数分科会, 東京工業大学, 2019.03.20
- V-1 K. Moriya (with K. Leschke, F. Martin, M. Killian and T. Hoffman) Minimal surfaces: integrable systems and visualization, Summer 2018 Workshop, 2018.8.21-23
- VI-1 K. Moriya, The spinor representation of conformal mappings of surfaces, RIMS 共同研究「部分多様体の幾何学の深化と展開」, 2018.6.25
- VII-1 S. Kawakubo : Frenet 振率一定ではない第4ソリトン曲線について, 小磯憲史先生退職記念研究集会, 2017.3.13
- VII-2 S. Kawakubo : Soliton curves in three-dimensional space forms, J. Geom. Phys. **133** (2018), 242-259.

科学研究費補助金等

- 1 学術振興会科学研究費補助金 (平成 27-31 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 15K04960
研究課題 周期的およびランダムな磁場付きシュレーディンガー作用素のスペクトル
研究代表者 野村祐司
- 2 学術振興会科学研究費補助金 (平成 29-令和 2 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 17K05217
研究課題 研究課題 高次元の曲面と部分多様体の表現公式とその応用
研究代表者 守屋克洋
- 3 学術振興会科学研究費補助金 (平成 27-30 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 15K04863
研究課題 リーマン多様体内の 1 次元弾性体の数学的モデルとその応用
研究代表者 川久保哲
- 4 学術振興会科学研究費補助金 (平成 26-30 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 26400069
研究課題 曲線の運動方程式のリーマン幾何学的摂動
研究分担者 川久保哲
- 5 学術研究助成基金助成金 (平成 27-令和元年度) 研究若手 (B) 課題番号: 15K17555
研究課題 介在物同定の逆問題に対する安定性評価の解析
研究代表者 永安 聖