

I ランダム磁場シュレーディンガー作用素のスペクトル

The Spectrum of Schrödinger operators with random magnetic fields

野村祐司

Nomura, Y.

ユークリッド平面上のランダムな Aharonov-Bohm 磁場をもつシュレーディンガー作用素のスペクトルの下端における状態密度関数の漸近挙動を調べている。自由粒子に対応するラプラシアンの状態密度は、冪オーダーで減衰することが知られているが、このランダム作用素の場合には状態密度が指数関数的に減衰する、所謂 Lifshitz tail と呼ばれる現象に関する結果を得ることができた。Aharonov-Bohm 磁場については、Anderson 型、Poisson 型を含むある程度弱い条件下において、2次元デルタ型磁場に対する Hardy 型不等式を援用し、大偏差原理により指数関数的減衰を導くことができる。

II 離散シュレーディンガー作用素のスペクトル

The Spectrum of discrete Schrödinger operators

野村祐司

Nomura, Y.

Z^d および無限正則 Tree 上の離散ラプラシアンに台が有限個のポテンシャルを摂動したときのスペクトルを調べている。現在までに、本質的スペクトルの外側に現れる固有値の個数を、ラプラシアンのグリーン関数により数え上げる結果を得ることができた。

III 実関数論的な手法における偏微分方程式の解の研究

Study of Solutions to P.D.E. by Methods of Harmonic Analysis

保城寿彦

Hoshiro, T.

本課題では停留位相の方法、複素補間といった調和解析学の手法によって偏微分方程式の解について研究する。具体的には非線形初期値問題で基本的な分散型方程式の smoothing effect や制限定理などを対象とする。また数理物理学で重要な極限吸収の原理や Schroedinger 作用素の負の

固有値数についての評価についても考察する。スペクトル理論で極限吸収の原理を証明するために発明された Mourre の方法を分散型方程式の初期値問題における平滑化作用 (smoothing effect) の証明に応用した。これによって多くの変数係数の分散型方程式においても平滑化作用がおこっていることがわかった。また超局所解析的手法を用い平滑化作用が起こるための必要条件を示した。

IV ホモロジー殻の二種類の殻同値

Two kinds of shell equivalence for
homological shells

遊佐 毅

Usa, T.

以前の研究で見つけた無限小引き上げにおける函手的な構成法を念頭に置き、埋め込み変形に関する従来の貼合わせ的な構成法も函手的な構成法に改良できないかを考えてみた。その結果、そうしたその改良を得ることができた。その副産物として埋め込み変形の様々な面でも計算の見通しが格段に良くなり、コホモロジー空間の間のいくつかの作用素間に予想外の関係式を見つけることができた。これが幸いして一挙に一般次元で Betti 安定な方向も特定することができた。

また超平面切断の方法を一般化した形で交叉論的手法でホモロジー殻を構成する新しい方法を発見した。これによりホモロジー内芯の算術的深度が算術的コーエンマコーレイの時より劇的に小さい 2 の場合も含めて具体例として実現し得る手段を得た。その結果、これまでの具体例と比較することで、「平行四辺形予想」と呼ばれる大きな予想を手にすることができた。

V 安定分布の最大値の密度関数の漸近性について

Asymptotic of the density of maximum for stable distributions

平野克博

Hirano, K.

安定分布の分布関数や密度関数の具体的な形は、正規分布など幾つかの典型的な場合を除いてわかってはいないが、その末尾部の漸近挙動は古くから知られていた。近年、応用の観点から発生した問題であるが、安定分布の最大値の密度関数の末尾部の漸近挙動を決定することが重要になっている。この問題について、ランダムウォークのある種の極限定理から派生した方法を用いることで、最大値の密度関数が安定分布の密度関数の積分変換で表されることがわかった。さらに、この積分表示を用いることで \liminf の評価が得られた。一方、この方法だと \limsup の評価はうまくいかず、まだ解決に至っていない。

VI ディラック作用素のスペクトル的性質

Spectral properties of Dirac operators scalar potentials

榎田登美男
Umeda, T.

本研究が対象とする作用素はスカラー・ポテンシャルを持つディラック作用素であって、質量パラメータがゼロの場合に現れる作用素である。この作用素のスペクトルが実軸全体に一致するための、スカラー・ポテンシャルに対する最小限の条件を求めるのが目的である。完全解決には至っていないが、かなり一般的な十分条件は求まった。周期ポテンシャルも扱えることが解った。状況は非常に複雑であるとの知見が得られた。

VII 相対論的シュレディンガー作用素の スペクトル散乱理論

On the study of spectral and scattering theory
for relativistic Schrödinger operators

榎田登美男
Umeda, T.

空間次元が3の場合に、相対論的シュレディンガー作用素の散乱行列のゼロ・エネルギー漸近挙動を調べた。ゼロ・エネルギーが固有値であるか、否かが大きな影響を及ぼすことが解明できた。さらに、相対論的シュレディンガー作用素がゼロ・エネルギーを固有値に持つのは稀であることを関数解析的手法で示した。

VIII シュレディンガー作用素の固有値問題

On the study of eigenvalue problems for Schrödinger operators

榎田登美男
Umeda, T.

von Neumann - Wigner 型ポテンシャルを持つシュレディンガー作用素が、任意個数の、任意の正値を固有値として持つことを示した。この性質はポテンシャルが複素数値であっても成り立つことも示した。

IX 四元数ユニタリ群上の保型形式の算術性

Arithmeticity of modular forms on quaternion unitary groups

山内淳生
Yamauchi, A.

四元数体上のユニタリ群 $Sp(1,1)$ 上の保型形式の算術性について考察している。これまで、この群上の四元数離散系列を生成する保型形式は、存在は知られていたが、具体的にどのような Fourier 展開を持つのかなどは全く知られていなかった。それに対して、 $U(2,2)$ 上の正則なベクトル値 θ 級数を構成して引き戻すことで、具体的に代数的な Fourier 係数を持つ $Sp(1,1)$ 上の保型形式の例を与えた。(成田宏秋 熊本大学准教授との共同研究)。現在考察しているのは、 $Sp(2,1)$ 上の Eisenstein 級数を $Sp(1,1)$ に引き戻した保型形式がどのような性質を持ち、Fourier 係数がどのような数になるか、という課題である。また、成田によって構成された $Sp(1,1)$ 上の Eisenstein 級数の Fourier 係数の算術性についても調べている。

X シュレディンガー方程式に対する係数決定逆問題に於いて、 振動数が安定性に与える影響

Increasing stabilities in inverse problems for the acoustic equation

永安 聖
Nagayasu, S.

シュレディンガー方程式に対する係数決定逆問題の安定性が、振動数を大きくしたときにどうなるかについて調べた。その結果、Isakov 氏・Uhlmann 氏・王氏との共同研究により、シュレディンガー方程式の逆問題に対するある安定性評価を得ることができた。そしてその評価は、振動数を大きくすると安定性も良くなる、ということを示唆していると思われる評価である。特に、以前研究した音響方程式の場合とは異なり、シュレディンガー方程式の逆問題の場合には、安定性評価に現れるある係数が、振動数に関して指数増大ではなく多項式増大にできることが分かった。この評価を得る際の鍵は、シュレディンガー方程式特有のある複素幾何光学解を用いることである。

XI 介在物同定の逆問題に於いて、 介在物の情報が安定性に与える影響についての解析

A depth-dependent stability estimate in inverse problems

永安 聖
Nagayasu, S.

介在物同定の逆問題の安定性解析, 特に介在物と境界との距離や介在物の大きさなどが安定性評価にどのような影響を与えるかについて解析を試みた。この研究の目標は, Nagayasu-Uhlmann-Wang (2009) [NUW] の結果の拡張である。[NUW] では物体と介在物を 2 次元円板, 特に同心円とした場合について解析したが, これらを同心円としない場合について解析することが本研究での最初の目標であった。[NUW] の研究では方程式に対するある特別な解が有効であったが, 同心円でない場合についてもこれに対応する特別な解を構成することができた。現在のところ, 安定性評価自身はまだ得られていないが, 今回得られた特別な解を用いて解析を続ければ, 目標としている安定性評価も得ることができると考えている。

発表論文 List of Publications

- I-1 Y. Nomura : ランダム Aharonov-Bohm 磁場シュレーディンガー作用素のスペクトルについて, 大阪大学微分方程式セミナー, 2015.10.30
- I-2 Y. Nomura : Schrödinger operators with random δ magnetic fields, to appear in Annales Henri Poincaré. (joint work with T. Mine)
- II-1 Y. Nomura : 群の作用で不変な磁場摂動による相転移について, 愛媛大学解析セミナー, 2015.7.18
- II-2 Y. Nomura : 離散群の作用で不変な磁場を持つシュレーディンガー作用素のスペクトルについて, 一橋大学数理科学セミナー, 2016.2.3
- II-3 Y. Nomura : On the number of discrete eigenvalues of a discrete Schrödinger operator with a finitely supported potential, to appear in Letters in Mathematical Physics. (joint work with Y. Hayashi, Y. Higuchi and O. Ogurusu)
- III-1 T. Hoshiro : " 双曲空間におけるディラック作用素の共鳴極について " 京都大学数理解析研究所短期共同研究「共鳴極の幾何の再解釈と新展開」2015.9.2~3
- III-2 T. Hoshiro : " 多様体上のディラック作用素のレゾナンスについて " 数理解析研究所講究録 vol.1975(2015) pp.74-85
- IV-1 T.Usa : Two kinds of shell equivalences in the inclusion families of a canonical curve of genus 5, Report of Univ. of Hyogo, No.25, pp.1-10 (2014)
- IV-2 T.Usa : A generalization of hypersurface cut for constructing new types of homological shells, Report of Univ. of Hyogo, No.26, pp.1-7 (2015)
- IV-3 T.Usa : Homological shells of a canonical curve $g=5, 6$, 日本数学会 (代数分科会), 京都大学, 2013-03-20
- IV-4 T.Usa : Two kinds of shell equivalence in the inclusion family of a canonical curve with genus 5, 代数幾何学ワークショップ, 多可町公民館, 2014-02-23
- IV-5 T.Usa : Universal families of homological shells, Koszul domains, and Koszul graph maps, 第 12 回代数曲線論シンポジウム, 日本大学, 2014.12.21

- IV-6 T.Usa : Universal families of homological shells, Koszul domains, and Koszul graph maps, 代数幾何学ワークショップ, 多可町公民館, 2015.01.11
- IV-7 T.Usa : Families of homological shells, 代数幾何学ワークショップ, 大阪大学理学部, 2015.03.12
- VI-1 T. Umeda : Schnol's theorem and spectral properties of massless Dirac operators with scalar potentials, RIMS Kyokuroku Bessatu, B45 (2014), 25 - 30. (Joint work with K.M. Schmidt)
- VI-2 T. Umeda : Schnol's theorem and spectral properties of massless Dirac operators with scalar potentials, Lett. Math. Phys. **105** (2015), 1479 - 1497. (Joint work with K.M. Schmidt)
- VII-1 T. Umeda : Low energy spectral and scattering theory for relativistic Schrödinger operators, to appear in Hokkaido Mathematical Journal. (Joint work with S. Richard)
- VIII-1 T. Umeda : Schrödinger operators with n positive eigenvalues: an explicit construction involving complex valued potentials, Proc. Japan Acad. **92**, Ser.A (2016), 7 - 12. (Joint work with S. Richard and J.Uchiyama)
- X-1 J. Fan, K. Kim, S. Nagayasu, G. Nakamura : A gradient estimate for solutions to parabolic equations with discontinuous coefficients, Electronic Journal of Differential Equations 2013 (2013), No. 93, 1-24
- XI-1 V. Isakov, S. Nagayasu, G. Uhlmann, J.-N. Wang : Increasing stability of the inverse boundary value problem for the Schrödinger equation, Contemporary Mathematics 615 (2014), 131-141

科学研究費補助金等

- 1 学術振興会科学研究費補助金 (平成 26~29 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 26400175
研究課題 相対論的作用素のスペクトル理論と固有値問題
研究代表者 榎田登美男
- 2 学術振興会科学研究費補助金 (平成 25~28 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 25400210
研究課題 再生核理論を用いたソボレフ不等式の最良評価とその応用
研究分担者 榎田登美男
- 3 学術研究助成基金助成金 (平成 27~30 年度) 研究若手 (B) 課題番号: 15K17555
研究課題 介在物同定の逆問題に対する安定性評価の解析
研究代表者 永安 聖