

I 実関数論的な手法における偏微分方程式の解の研究

Study of Solutions to P.D.E. by Methods of Harmonic Analysis

保城寿彦
Hoshiro, T.

本課題では停留位相の方法、複素補間といった調和解析学の手法によって偏微分方程式の解について研究する。具体的には非線形初期値問題で基本的な分散型方程式の smoothing effect や制限定理などを対象とする。また数理物理学で重要な極限吸収の原理や Schroedinger 作用素の負の固有値数についての評価についても考察する。スペクトル理論で極限吸収の原理を証明するために発明された Mourre の方法を分散型方程式の初期値問題における平滑化作用 (smoothing effect) の証明に応用した。これによって多くの変数係数の分散型方程式においても平滑化作用がおこっていることがわかった。また超局所解析的手法を用いて平滑化作用が起こるための必要条件を示した。

II ホモロジー殻の普遍族

Universal families of homological shells

遊佐 毅
Usa, T.

代数幾何は多変数高次連立方程式系の解のなす図形の研究を目的とするが、1次式すなわち線形の場合の簡約化と比較して次数が高い場合は簡約化そのものが無意味のため、連立方程式系やその部分方程式系の研究もここ300年ほど手詰まり状態でまったくの手付かずで見捨てられた分野となり、主流は方程式系を見ない解そのものの構造の研究に移っていた。ところが「ホモロジー (前幾何) 殻」という新しい概念の発見により、この方面にもやや光明が見えてきつつある。今回、算術的 D2 条件と言う非常に弱い仮定の下で一般の射影代数多様体に対し、ホモロジー殻の普遍族の一般的な構成に成功した。また Betti 安定の仮定の下で変形した場合のホモロジー殻の局所安定性についても証明できた。その他に副産物としてコースル領域とコースル写像というものを構成でき、それによりホモロジー殻の変形について幾何学的に研究する方法を得ることができた。それを使うと、昨年導入したホモロジー殻に関する二種類の同値関係「狭義殻同値」と「弱殻同値」について、その同値類の有限性を示すこともできた。

III ランダムウォークと安定過程の最大値の漸近性の精密化

Asymptotic behaviour of maximum for random walks and stable processes

平野克博

Hirano, K.

一次元ランダムウォークが Spitzer の条件を満足するとき、時刻 n までは原点に戻らない確率の $n \rightarrow \infty$ としたときの漸近性は古くから知られていた。その精密化である 時刻 n で初めて原点に戻る確率の漸近性については、安定分布の吸引域に属するランダムウォークに対する結果が Vatutin-Wachtel により示された。本研究ではさらにそれらを拡張し 時刻 n で点 $x > 0$ を初めて超える確率の漸近性と Renewal function との関係を得ることに部分的に成功した。

この方法の副産物として安定過程の最大値の漸近性について以下の結果を得た。まず 時刻 t までの最大値の分布関数の $t \rightarrow 0$ としたときの漸近性を密度関数の漸近性に精密化し、極限の定数が特殊関数で表されることを示した。次に $t \rightarrow \infty$ での分布関数の漸近性をやはり密度関数の \liminf の漸近性に精密化した。しかし \limsup の評価はまだ得られていない。

IV ディラック作用素のスペクトル的性質

Spectral properties of Dirac operators scalar potentials

榎田登美男

Umeda, T.

本研究が対象とする作用素はスカラー・ポテンシャルを持つディラック作用素であって、質量パラメータがゼロの場合に現れる作用素である。この作用素のスペクトルが実軸全体に一致するための、スカラー・ポテンシャルに対する最小限の条件を求めるのが目的である。完全解決には至っていないが、かなり一般的な十分条件は求まった。周期ポテンシャルも扱えることが解った。状況は非常に複雑であるとの知見が得られた。

V 相対論的シュレディンガー作用素の スペクトル散乱理論

On the study of spectral and scattering theory
for relativistic Schrödinger operators

榎田登美男

Umeda, T.

空間次元が 3 の場合に、相対論的シュレディンガー作用素の散乱行列のゼロ・エネルギー漸近挙動を調べた。ゼロ・エネルギーが固有値であるか、否かが大きな影響を及ぼすことが解明でき

た。さらに、相対論的シュレディンガー作用素がゼロ・エネルギーを固有値に持つのは稀であることを関数解析的手法で示した。

VI 四元数ユニタリ群上の保型形式の算術性

Arithmeticity of modular forms on quaternion unitary groups

山内淳生
Yamauchi, A.

四元数体上のユニタリ群 $Sp(1,1)$ 上の保型形式の算術性について考察している。これまで、この群上の四元数離散系列を生成する保型形式は、存在は知られていたが、具体的にどのような Fourier 展開を持つのかなどは全く知られていなかった。それに対して、 $Sp(1,1)$ 上に、theta 級数と言ふべき保型形式を具体的に構成した。これは、 $U(2,2)$ 上の正則なベクトル値 theta 級数を引き戻すことで構成することができ、 $Sp(1,1)$ 上の保型形式としては初めて、代数的な Fourier 係数を持つことが明らかな例となった（成田宏秋 熊本大学准教授との共同研究）。現在は、このような theta 級数の Hecke 固有形式がどのような形をし、どのような固有値を持つのかを、 $Sp(1,1)$ 上の Hecke 環を具体的に構成することで考察している。その際、局所的には Hecke 環が同型になる、既知の $Sp(2)$ 上の Hecke 固有形式との関係も探る予定である。また、 $Sp(2,1)$ 上の Eisenstein 級数を $Sp(1,1)$ に引き戻した保型形式がどのような性質を持ち、Fourier 係数がどのような数になるか、という課題なども興味深く、成田により構成された $Sp(1,1)$ 自体の Eisenstein 級数の Fourier 係数と併せて考察の対象としている。

VII シュレディンガー方程式に対する係数決定逆問題に於いて、振動数が安定性に与える影響

Increasing stabilities in inverse problems for the Schrödinger equation

永安 聖
Nagayasu, S.

シュレディンガー方程式に対する係数決定逆問題の安定性が、振動数を大きくしたときにどうなるかについて調べた。その結果、Isakov 氏・Uhlmann 氏・王氏との共同研究により、シュレディンガー方程式の逆問題に対するある安定性評価を得ることができた。そしてその評価は、振動数を大きくすると安定性も良くなる、ということを示唆していると思われる評価である。特に、以前研究した音響方程式の場合とは異なり、シュレディンガー方程式の逆問題の場合には、安定性評価に現れるある係数が、振動数に関して指数増大ではなく多項式増大にできることが分かった。この評価を得る際の鍵は、シュレディンガー方程式特有のある複素幾何光学解を用いることである。

VIII 介在物同定の逆問題に於いて、 介在物の情報が安定性に与える影響についての解析

A depth-dependent stability estimate in inverse problems

永安 聖
Nagayasu, S.

介在物同定の逆問題の安定性解析, 特に介在物と境界との距離や介在物の大きさなどが安定性評価にどのような影響を与えるかについて解析を試みた。この研究の目標は, Nagayasu-Uhlmann-Wang (2009) [NUW] の結果の拡張である。[NUW] では物体と介在物を 2次元円板, 特に同心円とした場合について解析したが, これらを同心円としない場合について解析することが本研究での最初の目標であった。[NUW] の研究では方程式に対するある特別な解が有効であったが, 同心円でない場合についてもこれに対応する特別な解を構成することができた。現在のところ, 安定性評価自身はまだ得られていないが, 今回得られた特別な解を用いて解析を続ければ, 目標としている安定性評価も得ることができると考えている。

発表論文 List of Publications

- I-1 T. Hoshiro : "多様体上のディラック作用素のレゾナンスについて" 京都大学作用素論セミナー, 2014.4.25
- II-1 T.Usa : Homological shells of a canonical curve of genus 5 or 6 (II) (plane quintic type), Report of Univ. of Hyogo, No.24, pp.1-13 (2013)
- II-2 T.Usa : Two kinds of shell equivalences in the inclusion families of a canonical curve of genus 5, Report of Univ. of Hyogo, No.25, pp.1-10 (2014)
- II-3 T.Usa : Universal families of homological shells, Koszul domains, and Koszul graph maps, 代数曲線論シンポジウム、日本大学理工学部、2014-12-21
- II-4 T.Usa : Universal families of homological shells, Koszul domains, and Koszul graph maps, 代数幾何学ミニワーク ショップ、多可町公民館、2015-01-11
- II-5 T.Usa : Families of homological shells, 白井三平教授退官記念 代数幾何学シンポジウム、大阪大学、2015-03-12
- IV-1 T. Umeda : Schnol's theorem and spectral properties of massless Dirac operators with scalar potentials, RIMS Kyokuroku Bessatu B45 (2014), 25 - 30. (Joint work with K.M. Schmidt)
- V-1 T. Umeda : Low energy spectral and scattering theory for relativistic Schrödinger operators, to appear in Hokkaido Mathematical Journal. (Joint work with S. Richard)
- VII-1 V. Isakov, S. Nagayasu, G. Uhlmann, J.-N. Wang, "Increasing stability of the inverse boundary value problem for the Schrödinger equation". Contemporary Mathematics 615 (2014) 131–141

VII-2 Sei Nagayasu (V. Isakov 氏, G. Uhlmann, J.-N. Wang 氏との共同研究), “Increasing stability in an inverse problem for the acoustic equation and the Schrödinger equation”, International Conference on Inverse Problems and Related Topics 2014 にて講演, 国立台湾大学, 2014 年 12 月 15 日

科学研究費補助金等

- 1 学術振興会科学研究費補助金 (平成 26～29 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 26400175
研究課題 相対論的作用素のスペクトル理論と固有値問題
研究代表者 榎田登美男
- 2 学術振興会科学研究費補助金 (平成 25～28 年度) 基盤研究 (C) 課題番号: 25400210
研究課題 再生核理論を用いたソボレフ不等式の最良評価とその応用
研究分担者 榎田登美男
- 3 平成 26 年度公立大学法人兵庫県立大学 特別研究助成金研究 (若手研究者支援)
研究課題 介在物同定の逆問題に於いて, 介在物の情報が安定性に与える影響についての解析
研究代表者 永安 聖