

## I ランダム磁場シュレーディンガー作用素のスペクトル

The Spectrum of Schrödinger operators with random magnetic fields

野村祐司

Nomura, Y.

ユークリッド平面上のランダムな Aharonov-Bohm 磁場をもつシュレーディンガー作用素のスペクトルの下端における状態密度関数の漸近挙動を調べている。自由粒子に対応するラプラシアンの状態密度は、冪オーダーで減衰することが知られているが、このランダム作用素の場合には状態密度が指数関数的に減衰する、所謂 Lifshitz tail と呼ばれる現象に関する結果を得ることができた。Aharonov-Bohm 磁場については、Anderson 型、Poisson 型を含むある程度弱い条件下において、2次元デルタ型磁場に対する Hardy 型不等式を援用し、大偏差原理により指数関数的減衰を導くことができる。

## II 離散シュレーディンガー作用素のスペクトル

The Spectrum of discrete Schrödinger operators

野村祐司

Nomura, Y.

$Z^d$  および無限正則 Tree 上の離散ラプラシアンに台が有限個のポテンシャルを摂動したときのスペクトルを調べている。現在までに、本質的スペクトルの外側に現れる固有値の個数を、ラプラシアンのグリーン関数により数え上げる結果を得ることができた。また、埋め込まれた固有値や閾値レゾナンスをもつポテンシャルの全体からなる集合（多様体）を決定し、その幾何学的構造と元の作用素のスペクトルの性質の関係を調べている。

## III Koszul グラフ写像の微分とコホモロジーペアリングの研究

Derivations of Koszul graph maps and cohomology pairings

遊佐 毅

Usa, T.

前年度の研究の続きとして目標としていた Koszul グラフ写像の微分をコホモロジー群のペアリングを用いて記述する一般論を構築する事ができた。これにより、ホモロジー殻の普遍族の中で、与えられたホモロジー殻の syzygies の定める Koszul 類の無限小変動を調べることが可能となった。

## IV 安定分布の最大値の密度関数の漸近性について

Asymptotic of the density of maximum for stable distributions

平野克博

Hirano, K.

安定分布の分布関数や密度関数の具体的な形は、正規分布など幾つかの典型的な場合を除いてわかってはいないが、その末尾部の漸近挙動は古くから知られていた。近年、応用の観点から発生した問題であるが、安定分布の最大値の密度関数の末尾部の漸近挙動を決定することが重要になっている。この問題について、ランダムウォークのある種の極限定理から派生した方法を用いることで、最大値の密度関数が安定分布の密度関数の積分変換で表されることがわかった。さらに、この積分表示を用いることで  $\liminf$  の評価が得られた。一方、この方法だと  $\limsup$  の評価はうまくいかず、まだ解決に至っていない。

## V 相対論的シュレディンガー作用素の スペクトル散乱理論

On the study of spectral and scattering theory  
for relativistic Schrödinger operators

榎田登美男

Umeda, T.

空間次元が3の場合に、相対論的シュレディンガー作用素の散乱行列のゼロ・エネルギー漸近挙動を調べた。ゼロ・エネルギーが固有値であるか、否かが大きな影響を及ぼすことが解明できた。さらに、相対論的シュレディンガー作用素がゼロ・エネルギーを固有値に持つのは稀であることを関数解析的手法で示した。

## VI シュレディンガー作用素の固有値問題

On the study of eigenvalue problems for Schrödinger operators

榎田登美男

Umeda, T.

von Neumann - Wigner 型ポテンシャルを持つシュレディンガー作用素が、任意個数の、任意の正値を固有値として持つことを示した。この性質はポテンシャルが複素数値であっても成り立つことも示めた。

## VII 局所誘導階層のソリトン曲線

Soliton curves of the localized induction hierarchy

川久保哲

Kawakubo, S.

渦糸運動を表す局所誘導方程式に付随した発展方程式の無限系列を局所誘導階層とよぶ。第  $n$  ソリトン曲線とは、第  $n$  番目の発展方程式に対する定常問題の解のことである。 $\mathbf{R}^3, S^3, H^3$  内の第 1 ~ 第 3 ソリトン曲線については、全ての解の陽な表示が知られており、幾何学的性質も詳しく調べられている。一方、第 4 ソリトン以降については、 $\mathbf{R}^3$  においても、まだ良く分かっていない対象である。以前に、フレネ振率が一定ではない第 4 ソリトン曲線の例を構成したが、本研究では、この例についてさらに詳細な解析を行った。具体的には、この曲線の座標表示を Jacobi の楕円関数を用いて陽に表し、曲線が周期的になるための条件について調べた。その結果、周期的な曲線が存在することを、大筋の部分について示すことができた。

また、局所誘導階層及びソリトン曲線は、可積分系の観点から、ある種のエルミート対称リー代数内に自然に拡張できる。これに関してはランガーらによって再帰作用素が求められているが、階層の陽な表示にはなっていない。本研究では、ランガーの結果を改良して、階層を陽に表すことを試みた。

## VIII 介在物同定の逆問題に於いて、 介在物の情報が安定性に与える影響についての解析

A depth-dependent stability estimate in inverse problems

永安 聖

Nagayasu, S.

介在物同定の逆問題の安定性解析、特に介在物と境界との距離や介在物の大きさなどが安定性評価にどのような影響を与えるかについて解析を試みた。この研究の目標は、Nagayasu-Uhlmann-Wang (2009) [NUW] の結果の拡張である。[NUW] では物体と介在物を 2 次元円板、特に同心円とした場合について解析したが、これらを同心円としない場合について解析することが本研究での最初の目標であった。[NUW] の研究では方程式に対するある特別な解が有効であったが、同心円でない場合についてもこれに対応する特別な解を構成することができた。現在のところ、安定性評価自身はまだ得られていないが、今回得られた特別な解を用いて解析を続ければ、目標としている安定性評価も得ることができると考えている。

### 発表論文 List of Publications

- I-1 Y. Nomura : 離散群の作用で不変な磁場を持つシュレーディンガー作用素のスペクトルについて, 一橋大学数理科学セミナー, 2016.2.3
- I-2 Y. Nomura : Lifshitz tail for Schrödinger operators with random Aharonov-Bohm magnetic fields, Himeji Conference on Partial Differential Equations, 2018.2.21-2.22

- I-3 Y. Nomura : Schrödinger operators with random  $\delta$  magnetic fields, *Annales Henri Poincaré*. **18** (2017), 1349-1369. (joint work with T. Mine)
- II-1 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の埋め込まれた固有値について, 第 23 回超局所解析と古典解析, 2016.12.3-12.4
- II-2 Y. Nomura : 埋蔵固有値の Persistent 多様体について, 愛媛大学スペクトル・散乱セミナー, 2016.12.22
- II-3 Y. Nomura : 埋め込まれた固有値の Persistent 多様体について, 岡山-広島 解析・確率論セミナー 2017, 2017.2.20-2.21
- II-4 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスについて, 2017 鹿児島スペクトル幾何学研究会, 2017.3.29-3.31
- II-5 Y. Nomura : 離散 Schrödinger 作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスの Persistent 多様体について, 第 162 回学習院スペクトル理論セミナー, 2017.11.18
- II-6 Y. Nomura : 離散シュレーディンガー作用素の埋蔵固有値、閾値レゾナンスに関する逆問題について, 数理解析研究所研究集会「関数不等式の最良定数とその周辺」, 2017.9.19-9.21
- II-7 Y. Nomura : 離散 Schrödinger 作用素の埋蔵固有値と閾値レゾナンスの Persistent 多様体について, 第 24 回超局所解析と古典解析, 2017.12.2-12.3
- II-8 Y. Nomura : On the number of discrete eigenvalues of a discrete Schrödinger operator with a finitely supported potential, *Lett. Math. Phys.* **106** (2016), 1465 - 1478. (joint work with Y. Hayashi, Y. Higuchi and O. Ogurusu)
- III-1 T.Usa : Good homological shells of a smooth projective curve given by an intersection of two Segre 3-folds in  $P^5$ , Report of Univ. of Hyogo, No.27, pp.1-14 (2016).
- III-2 T.Usa : Infinitesimal directions for strong Betti constancy in the Hilbert scheme of  $P^N$ , Report of Univ. of Hyogo, No.28, pp.1-12 (2017).
- III-3 T.Usa : Homological shells (Infinitesimal directions for Betti stability), 射影多様体の幾何とその周辺 2016, 高知工科大学 永国寺キャンパス, 2016.10.09.
- III-4 T.Usa : The local stability of homological shells and the Betti stability, 第 14 回代数曲線論シンポジウム, 神奈川工科大学 アクティブラーニング横浜, 2016.12.18.
- III-5 T.Usa : The local stability of homological shells and the Betti stability, 代数幾何学ミニワークショップ, 多可町公民館, 2017.01.08.
- III-6 T.Usa : Koszul グラフ写像の微分, 射影多様体の幾何とその周辺 2017, 高知大学, 2017.11.05.
- III-7 T.Usa : Infinitesimal directions for strong Betti constancy in the Hilbert scheme of  $P^N$ , 代数幾何学ミニワークショップ, 多可町公民館, 2018.01.07.
- V-1 T. Umeda : Low energy spectral and scattering theory for relativistic Schrödinger operators, *Hokkaido Mathematical Journal* **45** (2016), 141 - 179. (Joint work with S. Richard)

VI-1 T. Umeda :Schrödinger operators with  $n$  positive eigenvalues: an explicit construction involving complex valued potentials, Proc. Japan Acad. **92**, Ser.A (2016), 7 - 12. (Joint with S. Richard and J.Uchiyama)

VII-1 S. Kawakubo : Frenet 振率一定ではない第4ソリトン曲線について, 小磯憲史先生退職記念研究集会, 2017.3.13

## 科学研究費補助金等

- 1 学術振興会科学研究費補助金(平成27-31年度) 基盤研究(C) 課題番号: 15K04960  
研究課題 周期的およびランダムな磁場付きシュレーディンガー作用素のスペクトル  
研究代表者 野村祐司
- 2 学術振興会科学研究費補助金(平成26-29年度) 基盤研究(C) 課題番号: 26400175  
研究課題 相対論的作用素のスペクトル理論と固有値問題  
研究代表者 榎田登美男
- 3 学術振興会科学研究費補助金(平成25-28年度) 基盤研究(C) 課題番号: 25400210  
研究課題 再生核理論を用いたソボレフ不等式の最良評価とその応用  
研究分担者 榎田登美男
- 4 学術振興会科学研究費補助金(平成27-30年度) 基盤研究(C) 課題番号: 15K04863  
研究課題 リーマン多様体内の1次元弾性体の数学的モデルとその応用  
研究代表者 川久保哲
- 5 学術振興会科学研究費補助金(平成26-30年度) 基盤研究(C) 課題番号: 26400069  
研究課題 曲線の運動方程式のリーマン幾何学的摂動  
研究分担者 川久保哲
- 6 学術研究助成基金助成金(平成27-30年度) 研究若手(B) 課題番号: 15K17555  
研究課題 介在物同定の逆問題に対する安定性評価の解析  
研究代表者 永安 聖