

I 退化した熱方程式に対する基本解の構成とその応用

Construction of the fundamental solution for degenerate
parabolic operators and its applications

岩崎千里

Iwasaki, C.

退化した放物型方程式の基本解の構成に関しては、2 次の退化の場合にのみしか詳しい形が分かっていない。この正確な形を利用して種々の熱作用素に対する基本解を得ることができる。その一つとして、2011 年 9 月に完成した球面上の退化した楕円型作用素についての共同研究の結果の論文が出版された。さらに、この基本解の応用を Fokker-Planck 方程式に試みて、基本解の構成とともに固有関数展開についての結果を得た。これをフィンランドの国際研究集会で発表し、その報告集に論文が掲載されることになっている。

II Grushin 型作用素に対する基本解の構成

Construction of a fundamental solution of operators of Grushin type

岩崎千里

Iwasaki, C.

2 次で退化した楕円型作用素についての結果は様々存在するが、より高次の退化した作用素の基本解の構成に関する論文は多くない。2 次以上の退化をする Grushin 型作用素についての基本解の統一的な構成方法を確立した。その方法によると、2 次の退化に帰着させ、変形 Bessel 関数を使うことを経由するが、核関数を具体的に表示することができる。この結果は新竹（台湾）および Postdam（ドイツ）の研究集会等で発表して、論文は現在投稿中である。

III 実関数論的な手法における偏微分方程式の解の研究

Study of Solutions to P.D.E. by Methods of Harmonic Analysis

保城寿彦

Hoshiro, T.

本課題では停留位相の方法、複素補間といった調和解析学の手法によって偏微分方程式の解について研究する。具体的には非線形初期値問題で基本的な分散型方程式の smoothing effect や制限定理などを対象とする。また数理物理学で重要な極限吸収の原理や Schroedinger 作用素の負の固有値数についての評価についても考察する。スペクトル理論で極限吸収の原理を証明するために発明された Mourre の方法を分散型方程式の初期値問題における平滑化作用 (smoothing effect) の証明に応用した。これによって多くの変数係数の分散型方程式においても平滑化作用が起きていることがわかった。また超局所解析的手法を用いて平滑化作用が起こるための必要条件を示した。

IV 種数 6 の一般標準曲線の良性ホモロジー殻

Good homological shells of a generic
canonical curve of genus 6

遊佐 毅

Usa, T.

前年度に引き続き、種数 6 の標準曲線に対して現れるホモロジー殻 (= 前幾何殻) のうち比較的性質の良い「良性ホモロジー殻」に限定して分類を続けている。凡その概略がはっきりした種数 6 の曲線のモジュライの一般点に対応する場合に対し、今年度は、より分類の難しい、平面 5 次曲線としての表示を持つような特殊な種数 6 の標準曲線についてその良性ホモロジー殻の分類を行った。その結果、分類はまだ完成していないが、少なくとも、 Δ -不等式予想が成り立つことだけはなんとか示せた。また標準曲線が一般点に対応する場合でも、包含関係とホモロジー殻のなす代数的な族に注目して描く樹形図「極大包含図式」を観察することで、分類結果が整理され、新たにその図式の構造に関する非常に美しい予想を立てることもできた。

V ランダムウォークと安定過程の最大値の漸近性の精密化

Asymptotic Behaviour of Maximum for Random Walks and stable Processes

平野克博

Hirano, K.

一次元ランダムウォークが Spitzer の条件を満足するとき時刻 n までは原点に戻らない確率の $n \rightarrow \infty$ としたときの漸近性は古くから知られていた。その精密化である時刻 n で原点に復帰する確率の漸近性については最近になって安定分布の吸引域に属するランダムウォークに関してほぼ完全な一般化がなされたが、本研究ではそれをさらに拡張し時刻 n で固定点 x を超える確率の漸近性と再生関数との関係を得ることに部分的に成功した。

この方法の副産物として安定過程の最大値の漸近性について以下の結果を得た。まず時刻 t までの最大値の分布関数の $t \rightarrow 0$ とした漸近性を密度関数の漸近性に精密化し、極限の定数がガン

マ関数で表されることを示した。次に $t \rightarrow \infty$ での漸近性をやはり密度関数の下極限の漸近性に拡張した。上極限に関しては未解決である。

VI 一般の孤立特異点にたいする 斉藤 flat coordinate の拡張について

赤堀隆夫
Akahori, T.

Calabi-Yau 多様体の moduli space の研究は数理論理の string theory と関連して活発になっている。一方、孤立特異点是非コンパクトではあるが数々の点で完備代数多様体と似た構造をもつ。本研究は孤立特異点の実境界 (CR 多様体) の観点から moduli の研究をする。下記 [VI-1] の論文で提起された方法で具体的に A_1 特異点、Homogeneous polynomial hypersurface isolated singularities の Kodaira-Spencer class を書き上げた (Levi 計量に関する調和形式を具体的に与えた)。

VII 磁場のディラック作用素に対するゼロモードの研究

On the study of spectral theory of Dirac operators with magnetic potentials

楳田登美男
Umeda, T.

本研究が対象とする作用素は磁場のディラック作用素において質量パラメータがゼロの場合に現れる作用素である。ベクトルポテンシャルが遠方である程度速く減衰する場合を研究している。この場合には、物質の安定性の数学的理論において、ワイル-ディラック作用素のゼロ固有値に属する固有関数 (ゼロモード) が重要な働きをすることが知られている。しかし、ゼロモードそれ自身についての知見はほとんど得られていなかった。本研究では、ゼロモードを持つ磁場のディラック作用素の系列を構成した。

VIII スカラーポテンシャルを持つディラック作用素の スペクトル理論的研究

On the study of spectral theory of Dirac operators with scalar potentials

楳田登美男
Umeda, T.

本研究ではスカラーポテンシャルを持つディラック作用素のスペクトルを質量パラメータがゼロの場合に調べた。ディラック作用素のスペクトルが実軸全体と一致するための必要最上限の条件を求めた。シュレディンガー作用素に対してはよく知られているシュノルの定理がディラック作用素についても成り立つことも示した。

IX 四元数ユニタリ群上の保型形式の算術性

Arithmeticity of modular forms on quaternion unitary groups

山内淳生
Yamauchi, A.

四元数体上のユニタリ群 $Sp(1,1)$ 上の保型形式の算術性について考察している。これまで、この群上の四元数離散系列を生成する保型形式は、存在は知られていたが、具体的にどのような Fourier 展開を持つのかなどは全く知られていなかった。それに対して、 $U(2,2)$ 上の正則なベクトル値 θ 級数を構成して引き戻すことで、具体的に代数的な Fourier 係数を持つ $Sp(1,1)$ 上の保型形式の例を与えた（成田宏秋 熊本大学准教授との共同研究）。今後は、それ以外の例を与え、その算術性などを考え、この四元数離散系列を生成する保型形式の空間が、全体としてどのような性質を持っているかを明らかにしていきたい。

X 区分的に滑らかな係数を持つ偏微分方程式の解の解析

Analysis of solutions to partial differential equations
with piecewise smooth coefficients

永安 聖
Nagayasu, S.

区分的に滑らかな関数を係数とする偏微分方程式の解、或いは対応する偏微分作用素の基本解の解析を行った。我々の身の回りには、介在物を含むような媒体が沢山ある。そして、そのような媒体に対して起こる現象を偏微分方程式を用いて調べる際には、その偏微分方程式の係数は区分的に滑らかとなる。そのため、この種の方程式の解析は非常に重要である。区分的に滑らかな関数を係数とする放物型作用素の基本解については、基本解自身の各点評価に関しては既によく知られているが、我々の最近の研究（樊・金・永安・中村）により、上からの各点勾配評価を得ることができた。

XI 音響方程式・シュレディンガー方程式に対する 係数決定逆問題に於いて，振動数が安定性に与える影響

Increasing stabilities in inverse problems
for the acoustic equation and the Schrödinger equation

永安 聖
Nagayasu, S.

音響方程式やシュレディンガー方程式に対する係数決定逆問題の安定性が、振動数を大きくしたときにどうなるかについて調べた。その結果、Uhlmann 氏・王氏との共同研究により音響方程式の逆問題に対するある安定性評価を、Isakov 氏・Uhlmann 氏・王氏との共同研究によりシュレディンガー方程式の逆問題に対するある安定性評価を得ることができた。そしてその評価は、振動数を大きくすると安定性も良くなる、ということを示唆していると思われる評価である。特に、シュレディンガー方程式の逆問題の場合には、この方程式について考える際に有効なある CGO 解を用いることで、安定性評価に現れるある係数が、振動数に関して指数増大ではなく多項式増大にできることが分かった。

発表論文 List of Publications

- I-1 W.Bauer-K.Furutani-C.Iwasaki: Spectral zeta function of the sub-Laplacian on two step nilmanifolds , J. Math. Pures Appl. Vol.97, 査読有 242-261 (2012).
- I-2 W.Bauer-K.Furutani-C.Iwasaki : Trivialization of sub-Riemannian structures on spheres, Bulletin des Sciences Mathematiques, Bull.Sci.math.Vol.137, 査読有 361-385 (2012) .
- II-1 K.Furutani-C.Iwasaki-T.Kagawa: An action function for a higher step Grushin operator, Journal of Geometry and Physics, Journal of Geometry and Physics, Vol 62, 査読有 , 1948-1976 (2012).
- I-3 C.Iwasaki : A representation of the fundamental solution and eigenfunction expansion to the Fokker-Planck operator, 平成 24 年 6 月 , International Conference on Fourier Analysis and Pseudo- Differential Operators , アアルト大学 (フィンランド) .
- II-2 C.Iwasaki : Green function of a Grushin Type Operator , 平成 24 年 11 月 , Seminar on Functional Analysis and Global Analysis , 東京理科大学 (千葉県) .
- II-3 C.Iwasaki : Green function of a Grushin Type Operator , 平成 25 年 1 月 , NCTS International Conference on Geometric and Singular Analysis (台湾) , NCTS (台湾) .
- II-4 C.Iwasaki : Construction of the Green function of the Grushin type operator and its application, 平成 25 年 3 月 , Workshop Geometric and Singular Analysis , University of Potsdam (ドイツ) .

- III-1 T. Hoshiro : Non linear eigenvalue problems and related topics, 26th Matsuyama Camp : Recent Development on Partial Differential Equations, 106-111(2011).
- IV-1 T.Usa : Homological shells of a projective variety with g -genus 0, Report of Univ. of Hyogo, No.22, pp.1-12 (2011).
- IV-2 T.Usa : Homological shells of a canonical curve of genus 5 or 6 (I), Report of Univ. of Hyogo, No.23, pp.1-12 (2012).
- IV-3 T.Usa : Homological shells of a canonical curve ($g = 6$, plane quintic), 第 10 回代数曲線論シンポジウム、日本大学理工学部、2012-12-15.
- IV-4 T.Usa : Homological shells of a canonical curve $g = 5, 6$, 日本数学会(代数分科会) 京都大学、2013-03-20.
- VII-1 T. Umeda : A sequence of zero modes of Weyl-Dirac operators and an associated sequence of solvable polynomials, Operator Theory; Advances and Applications 219 (2012), 197-209. (Joint work with Y. Saitō)
- VII-2 榎田登美男 : 「磁場のディラック作用素の閾値エネルギーにおける固有関数と共鳴状態」日本数学会 2012 年度年会特別講演, 東京理科大学.
- VIII-1 T. Umeda : Schnol's theorem and spectral properties of massless Dirac operators with scalar potentials (2012), to appear in RIMS Kyokuroku Bessatu. (Joint work with K.M. Schmidt)
- X-1 J. Fan, K. Kim, S. Nagayasu, G. Nakamura : A gradient estimate for solutions to parabolic equations with discontinuous coefficients, Electronic Journal of Differential Equations 2013 (2013), No. 93, 1-24.
- XI-1 S. Nagayasu, G. Uhlmann, J.-N. Wang : Increasing stability in an inverse problem for the acoustic equation, Inverse Problems 29 (2013), 025012 (11pp).
- XI-2 V. Isakov, S. Nagayasu, G. Uhlmann, J.-N. Wang : Increasing stability of the inverse boundary value problem for the Schrödinger equation, arXiv:1302.0940.

科学研究費補助金等

- 1 学術振興会科学研究費補助金(平成 24~26 年度)基盤研究(C) 課題番号:24540189
 研究課題 熱方程式に対する基本解の漸近展開とその応用
 研究代表者 岩崎千里
- 2 学術振興会科学研究費補助金(平成 21~24 年度)基盤研究(C) 課題番号: 21540193
 研究課題 閾値エネルギーにおける量子ハミルトニアンの特異値解析
 研究代表者 榎田登美男

3 学術研究助成基金助成金 (平成 23 ~ 25 年度) 若手研究 (B) 課題番号: 23740110

研究課題 区分的に滑らかな係数を持つ偏微分方程式の解の更なる解析, 及び逆問題への応用

研究代表者 永安 聖